

GeoGebra para fortalecer capacidades matemáticas en transformaciones geométricas en estudiantes de secundaria de Ayabaca

GeoGebra to strengthen mathematical skills in geometric transformations among high school students in Ayabaca

A GeoGebra para fortalecer habilidades matemáticas em transformações geométricas em alunos do ensino médio em Ayabaca

Nataly Carmencita Ruiz Cortez 
 natyruizcortez@gmail.com
 Universidad Nacional de Piura. Piura, Perú

Ramón Cosme Correa Becerra 
 rcorreab@unp.edu.pe
 Universidad Nacional de Piura. Piura, Perú

Ricardo Antonio Armas Juárez 
 rarmasj@unp.edu.pe
 Universidad Nacional de Piura. Piura, Perú

José Carlos Fiestas Zevallos 
 jfiestasz@unp.edu.pe
 Universidad Nacional de Piura. Piura, Perú

Jorsi Ericson Joel Balcázar Gallo 
 jbalcazarg@unca.edu.pe
 Universidad Nacional Ciro Alegría. Huamachuco, Perú

Artículo recibido 15 de enero 2026 | Aceptado 2 de febrero 2026 | Publicado 1 de abril 2026

Resumen

La enseñanza de la geometría presenta desafíos persistentes en la educación básica, donde las metodologías tradicionales, centradas en la memorización de fórmulas y la reproducción de figuras estáticas, frecuentemente generan una percepción de la materia como abstracta y desconectada de la realidad. El objetivo de este estudio fue determinar el impacto de una propuesta didáctica basada en GeoGebra para fortalecer las capacidades matemáticas en transformaciones geométricas. Se realizó un estudio cuantitativo, pre-experimental, con pretest y postest a 18 estudiantes de segundo de secundaria de un colegio Nacional de Ayabaca, Perú. La intervención consistió en 12 sesiones de aprendizaje utilizando GeoGebra. Los resultados mostraron una mejora estadísticamente significativa ($p < .001$), con un 88.89% de los estudiantes alcanzando los niveles “Logrado” y “Destacado” en el postest, a diferencia del 0% en el pretest. Se concluye que la propuesta didáctica con GeoGebra es una estrategia efectiva para mejorar la comprensión y aplicación de las transformaciones geométricas.

Palabras clave: Aprendizaje; Capacidades; Estudiantes; GeoGebra; Matemática; Transformaciones

Abstract

The teaching of geometry presents persistent challenges in basic education, where traditional methodologies, focused on memorizing formulas and reproducing static figures, frequently lead to a perception of the subject as abstract and disconnected from reality. The objective of this study was to determine the impact of a teaching approach based on GeoGebra to strengthen mathematical abilities in geometric transformations. A quantitative, pre-experimental study with pretest and posttest was conducted with 18 second-year secondary school students from a national school in Ayabaca, Peru. The intervention consisted of 12 learning sessions using GeoGebra. The results showed a statistically significant improvement ($p < .001$), with 88.89% of the students reaching the "Achieved" and "Outstanding" levels in the posttest, compared to 0% in the pretest. It is concluded that the teaching approach using GeoGebra is an effective strategy for improving the understanding and application of geometric transformations.

Keywords: Capabilities; GeoGebra; Learning; Mathematics; Students; Transformations

Resumo

O ensino de geometria apresenta desafios persistentes na educação básica, onde as metodologias tradicionais, focadas na memorização de fórmulas e na reprodução de figuras estáticas, frequentemente geram uma percepção da disciplina como abstrata e desconectada da realidade. O objetivo deste estudo foi determinar o impacto de uma abordagem de ensino baseada no GeoGebra no fortalecimento das habilidades matemáticas em transformações geométricas. Um estudo quantitativo, pré-experimental, com pré e pós-testes, foi conduzido com 18 alunos do segundo ano do ensino médio de uma escola pública em Ayabaca, Peru. A intervenção consistiu em 12 sessões de aprendizagem utilizando o GeoGebra. Os resultados mostraram uma melhora estatisticamente significativa ($p < 0,001$), com 88,89% dos alunos atingindo os níveis "Atingido" e "Excelente" no pós-teste, em comparação com 0% no pré-teste. Conclui-se que a abordagem de ensino baseada no GeoGebra é uma estratégia eficaz para melhorar a compreensão e a aplicação de transformações geométricas.

Palavras-chave: Aprendizagem; Capacidades; Estudantes; GeoGebra; Matemática; Transformações

INTRODUCCIÓN

La enseñanza de la geometría, una de las ramas más antiguas y fundamentales de las matemáticas, enfrenta desafíos persistentes en los sistemas educativos de todo el mundo. A pesar de su relevancia para el desarrollo del razonamiento espacial, la resolución de problemas y la comprensión del mundo físico, la geometría es a menudo percibida por los estudiantes como una disciplina abstracta, teórica y desconectada de sus experiencias cotidianas (Mora, 2020). En consecuencia, esta percepción limita la construcción de significados y dificulta la apropiación de conceptos esenciales para el pensamiento matemático.

Esta percepción se ve exacerbada por metodologías de enseñanza tradicionales que priorizan la memorización de definiciones, teoremas y fórmulas, en detrimento de la exploración, la visualización y la construcción activa del conocimiento. Como resultado, es común observar un bajo rendimiento académico en geometría, así como una falta de motivación e interés por parte de los estudiantes. Las causas de esta problemática son complejas y multifactoriales, abarcando desde la falta de recursos didácticos innovadores hasta una formación docente que no siempre está alineada con los enfoques pedagógicos contemporáneos que promueven el aprendizaje activo y significativo. En este sentido, la literatura reciente enfatiza la

necesidad de integrar recursos digitales que potencien la interacción y la experimentación matemática (Gutiérrez y Jaime, 2023). La situación ideal, en contraste, sería un aula de geometría donde los estudiantes actúen como matemáticos, explorando patrones, formulando conjeturas, construyendo y manipulando objetos geométricos, y argumentando sus descubrimientos en un entorno de aprendizaje dinámico y colaborativo (Papert, 1980). Este enfoque no solo mejoraría la comprensión conceptual, sino que también fomentaría el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico y resolución de problemas que son esenciales en el siglo XXI.

Históricamente, la educación matemática ha experimentado una transición desde un enfoque puramente algorítmico hacia uno más conceptual y basado en la resolución de problemas. En las últimas décadas, la irrupción de la tecnología digital ha marcado un punto de inflexión, ofreciendo herramientas que permiten superar las limitaciones del lápiz y el papel. El desarrollo de software de matemática dinámica, cuyo antecedente se remonta a los primeros exploradores de la geometría computacional, ha permitido materializar la visión de un aprendizaje más activo y visual. Estas herramientas, como GeoGebra, encarnan los principios del construccionismo al permitir que los estudiantes se conviertan en constructores de su propio conocimiento matemático a través de la manipulación directa de objetos virtuales (Ackermann, 2001). Además, investigaciones recientes destacan que el uso de entornos digitales interactivos favorece la comprensión profunda de relaciones geométricas y promueve procesos de razonamiento más sofisticados (Tabach y Levenson, 2022).

Desde una perspectiva internacional, numerosos estudios han validado la efectividad de integrar software de matemática dinámica para mejorar el aprendizaje de la geometría. Investigaciones en diversos países han demostrado que herramientas como GeoGebra no solo incrementan la motivación y el interés de los estudiantes, sino que también facilitan una comprensión más profunda de conceptos complejos como las transformaciones geométricas (Karatas, 2022; Hohenwater y Preiner, 2007). Estos estudios sugieren que la capacidad de visualizar los efectos de una traslación, rotación o reflexión en tiempo real permite a los estudiantes superar las barreras cognitivas asociadas a la abstracción de estos conceptos, alineándose con los niveles de razonamiento propuestos por el modelo de Van Hiele (1986). De manera complementaria, Saha et al., (2023) confirman que GeoGebra potencia la transición entre niveles de razonamiento geométrico, especialmente en estudiantes de secundaria.

A nivel regional, en América Latina, la problemática del bajo rendimiento en matemáticas es particularmente aguda, como lo demuestran consistentemente los resultados del Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA). En el caso de Perú, la evaluación PISA 2022 reveló un puntaje promedio de 391 en matemáticas, una cifra que no solo se encuentra por debajo del promedio de la OCDE, sino que también evidencia un retroceso preocupante (MINEDU, 2022). Esta situación es corroborada por evaluaciones nacionales como la Evaluación Muestral de Estudiantes, que reporta que solo una minoría de

los estudiantes de secundaria alcanza los niveles de logro esperados, siendo la competencia geométrica una de las áreas más críticas (UMC, 2023a; UMC, 2023b).

Este panorama nacional se materializa de forma concreta en el contexto específico de la Institución Educativa Nuestra Señora de las Mercedes de Ayabaca, una zona rural de Piura. Una evaluación diagnóstica institucional reveló que más del 50% de los estudiantes de segundo de secundaria presentaban serias dificultades en la competencia “resuelve problemas de forma, movimiento y localización”. Los estudiantes mostraban una comprensión limitada de los efectos de la traslación, rotación y reflexión sobre las figuras, así como dificultades para ubicar coordenadas en el plano cartesiano y argumentar afirmaciones sobre relaciones geométricas. Esta realidad local, reflejo de una problemática nacional y global, motivó la presente investigación como una forma de atender esta necesidad educativa apremiante.

La presente investigación busca atender esta situación a través del diseño, implementación y evaluación de una propuesta didáctica basada en el uso de GeoGebra. La variable independiente es la propuesta didáctica basada en GeoGebra, entendida como un conjunto estructurado de sesiones de aprendizaje que utilizan el software para la exploración interactiva de las transformaciones geométricas. La variable dependiente son las capacidades matemáticas, definidas por el Currículo Nacional (MINEDU, 2016) a través de cuatro dimensiones: modelar objetos, comunicar la comprensión, usar estrategias y argumentar afirmaciones.

En consecuencia, la propuesta se sustenta en un enfoque pedagógico que articula tecnología, visualización y razonamiento matemático, lo que permite fortalecer la comprensión conceptual y procedimental de los estudiantes. Esta investigación se justifica por su potencial para ofrecer una solución tecnológica accesible y gratuita a un problema educativo crítico, contribuyendo con evidencia empírica a la literatura científica en un contexto latinoamericano poco explorado.

En este marco, la investigación se guió por la siguiente pregunta: ¿En qué medida una propuesta didáctica basada en GeoGebra fortalece las capacidades matemáticas en el tema de transformaciones geométricas en estudiantes de segundo de secundaria de un colegio nacional de Ayabaca, 2023? Consecuentemente, el objetivo general del estudio fue determinar el impacto de una propuesta didáctica basada en GeoGebra para fortalecer las capacidades matemáticas en transformaciones geométricas. Se partió de la hipótesis de que una intervención pedagógica estructurada con este software mejoraría significativamente el nivel de logro de los estudiantes en las cuatro dimensiones de la competencia matemática evaluada.

MÉTODO

La presente investigación se enmarca en un enfoque cuantitativo, ya que busca medir la variación en las capacidades matemáticas de los estudiantes a través de la recolección y análisis de datos numéricos. Es de tipo aplicada, pues su propósito es resolver un problema práctico e inmediato detectado en el contexto

educativo: las dificultades en el aprendizaje de las transformaciones geométricas. Asimismo, se orienta a generar evidencia empírica que permita mejorar la práctica pedagógica en un entorno escolar real.

El diseño del estudio es pre-experimental con pretest y postest para un único grupo. Este diseño, aunque no permite crear relaciones causales con la misma certeza que un diseño experimental puro, es ampliamente utilizado en investigación educativa por su viabilidad en entornos escolares reales, donde la conformación de grupos de control aleatorios es a menudo impracticable. En consecuencia, se optó por un diseño que garantizara la aplicabilidad y continuidad del proceso pedagógico sin alterar la dinámica institucional. El esquema del diseño se puede representar como $G: O1 \ X \ O2$, donde G es el grupo de estudio, O1 es la medición del pretest, X es la intervención (la propuesta didáctica con GeoGebra), y O2 es la medición del postest.

La población del estudio estuvo constituida por todos los estudiantes del segundo grado de secundaria de la Institución Educativa Nuestra Señora de las Mercedes de Charan, Ayabaca. Se trabajó con una muestra no probabilística de tipo censal, que incluyó a los 18 estudiantes matriculados en la única sección de segundo grado durante el año lectivo 2023. Esta muestra estuvo conformada por 11 estudiantes de sexo masculino (61.1%) y 7 de sexo femenino (38.9%), con edades comprendidas entre los 12 y 14 años. La elección de este grupo se basó en un criterio de conveniencia, al ser el grupo a cargo de la docente investigadora, y en un criterio de relevancia, al ser el grupo que, según los informes de progreso y las evaluaciones diagnósticas institucionales, presentaba las mayores necesidades de reforzamiento en la competencia geométrica. De esta manera, la selección muestral respondió tanto a la accesibilidad como a la pertinencia pedagógica.

La variable independiente fue la propuesta didáctica basada en GeoGebra, un conjunto estructurado de 12 sesiones de aprendizaje diseñadas para facilitar la comprensión de las transformaciones geométricas a través de la exploración interactiva. La variable dependiente fueron las capacidades matemáticas en el tema de transformaciones geométricas, operacionalizada en cuatro dimensiones clave, de acuerdo con el Currículo Nacional de la Educación Básica (MINEDU, 2016): 1) Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones; 2) Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas; 3) Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio; y 4) Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas. Esta operacionalización permitió evaluar de manera precisa el impacto de la intervención en cada dimensión de la competencia matemática.

Para la recolección de datos se empleó como técnica principal la evaluación psicométrica, utilizando como instrumento una prueba de conocimientos sobre transformaciones geométricas. Este instrumento, compuesto por 20 ítems de opción múltiple, fue administrado como pretest antes de la intervención y como postest al finalizarla. Cada ítem respondido correctamente sumaba un punto, con un puntaje máximo de 20. Los niveles de logro se establecieron según la normativa del Ministerio de Educación (MINEDU, 2020):

Inicio (0-10), En proceso (11-13), Logrado (14-17) y Destacado (18-20). Esta categorización permitió interpretar los resultados de manera alineada con los estándares nacionales.

El instrumento fue sometido a un riguroso proceso de validación y confiabilidad. La validez de contenido se determinó mediante juicio de expertos, contando con la evaluación de cuatro profesionales en educación matemática, cuyo promedio de validación alcanzó un coeficiente de 0.98, considerado como “muy bueno”. La confiabilidad del instrumento se calculó a través del coeficiente Kuder-Richardson (KR-20), aplicando una prueba piloto a 13 estudiantes con características similares a la muestra de estudio. El resultado obtenido fue de 0.71, lo que indica una confiabilidad “alta”.

El procesamiento y análisis de los datos se realizó con el software estadístico SPSS, versión 27. Se aplicó un análisis descriptivo mediante tablas de frecuencia y porcentajes para comparar los niveles de logro antes y después de la intervención. Para el análisis inferencial, se utilizó la prueba de normalidad de Shapiro-Wilk. Dado que los datos de la variable general (capacidades matemáticas) mostraron una distribución normal ($p > 0.05$), se empleó la prueba t de Student para muestras relacionadas. Por el contrario, los datos de las cuatro dimensiones no siguieron una distribución normal ($p < 0.05$), por lo que se utilizó la prueba no paramétrica de los rangos con signo de Wilcoxon para comparar las medianas entre el pretest y el postest.

La propuesta didáctica con GeoGebra fue diseñada considerando los principios del construccionismo y el modelo de Van Hiele para el desarrollo del pensamiento geométrico. Siguiendo el enfoque de Méndez-Giménez et al. (2016), quienes destacan la importancia de los materiales autoconstruidos desde la perspectiva construccionista de Papert, se estructuraron 12 sesiones de aprendizaje que permitieran a los estudiantes construir activamente su conocimiento a través de la manipulación de herramientas digitales. Cada sesión incluyó una fase de introducción, una fase de exploración interactiva con GeoGebra, una fase de sistematización de conceptos y una fase de aplicación a problemas contextualizados.

El software permitió a los estudiantes manipular dinámicamente figuras geométricas, observar cómo cambian bajo diferentes transformaciones y formular hipótesis sobre las propiedades que se mantienen invariantes. La intervención fue implementada por la docente de matemáticas de la institución, quien recibió capacitación previa sobre el uso pedagógico de GeoGebra y las estrategias de enseñanza basadas en tecnología.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El análisis de los datos cuantitativos reveló mejoras significativas en las capacidades matemáticas de los estudiantes tras la implementación de la propuesta didáctica con GeoGebra. A continuación, se presentan los hallazgos descriptivos e inferenciales más relevantes.

Resultados descriptivos generales

Antes de la intervención, el 88.89% de los estudiantes (n=16) se encontraba en el nivel Inicio y el 11.11% (n=2) en Proceso, sin registrarse participantes en los niveles Logrado o Destacado. Después de la intervención, se observó una transformación radical: ningún estudiante permaneció en el nivel Inicio, el 11.11% (n=2) se mantuvo en Proceso, mientras que el 50.00% (n=9) alcanzó el nivel Logrado y el 38.89% (n=7) el nivel Destacado. Este cambio evidencia un desplazamiento significativo hacia niveles superiores de desempeño, coherente con la hipótesis planteada. La Tabla 1 presenta una comparación detallada de la distribución de estudiantes en cada nivel de logro antes y después de la intervención.

Tabla 1. Comparación de los niveles de logro generales antes y después de la intervención

Nivel de Logro	Pretest Frecuencia (%)	Postest Frecuencia (%)
Inicio (0-10)	16 (88.89%)	0 (0.00%)
En proceso (11-13)	2 (11.11%)	2 (11.11%)
Logrado (14-17)	0 (0.00%)	9 (50.00%)
Destacado (18-20)	0 (0.00%)	7 (38.89%)
Total	18 (100.00%)	18 (100.00%)

Resultados descriptivos por dimensiones

El análisis detallado por dimensiones revela una mejora sustancial y generalizada en todas las capacidades evaluadas, como se presenta en la Tabla 2. Esta tabla desglosa la distribución de estudiantes en cada nivel de logro para las cuatro dimensiones de la competencia matemática, permitiendo identificar patrones específicos de mejora en cada área.

Tabla 2. Distribución de estudiantes por nivel de logro en cada dimensión de la competencia matemática

Dimensión	Nivel	Pretest	Postest	Cambio
Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones	Inicio	94.44% (n=17)	0.00% (n=0)	-94.44%
	En proceso	0.00% (n=0)	0.00% (n=0)	0.00%
	Logrado	5.56% (n=1)	44.44% (n=8)	+38.88%

Dimensión	Nivel	Pretest	Postest	Cambio
Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas	Destacado	0.00% (n=0)	55.56% (n=10)	+55.56%
	Inicio	38.89% (n=7)	0.00% (n=0)	-38.89%
	En proceso	0.00% (n=0)	0.00% (n=0)	0.00%
	Logrado	61.11% (n=11)	33.33% (n=6)	-27.78%
Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio	Destacado	0.00% (n=0)	66.67% (n=12)	+66.67%
	Inicio	94.44% (n=17)	0.00% (n=0)	-94.44%
	En proceso	5.56% (n=1)	0.00% (n=0)	-5.56%
	Logrado	0.00% (n=0)	22.22% (n=4)	+22.22%
Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas	Destacado	0.00% (n=0)	77.78% (n=14)	+77.78%
	Inicio	100.00% (n=18)	5.55% (n=1)	-94.45%
	En proceso	0.00% (n=0)	0.00% (n=0)	0.00%
	Logrado	0.00% (n=0)	27.78% (n=5)	+27.78%
	Destacado	0.00% (n=0)	66.67% (n=12)	+66.67%

En cuanto a la dimensión "Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones", se observó un progreso notable. Mientras que en el pretest ningún estudiante alcanzó el nivel "Destacado" y solo el 5.56% (n=1) se ubicó en "Logrado", en el postest el 100% de los estudiantes se posicionó en los niveles superiores, con un 44.44% (n=8) en "Logrado" y un 55.56% (n=10) en "Destacado". Este resultado sugiere que la interacción con GeoGebra permitió a los estudiantes no solo identificar figuras geométricas, sino también representar y modelar activamente las transformaciones geométricas. La capacidad de visualizar cómo una figura cambia cuando se aplica una transformación es fundamental para el desarrollo del pensamiento geométrico.

En la dimensión "Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas", el avance también fue significativo, aunque con un patrón ligeramente diferente. En el pretest, el 38.89% (n=7) de los estudiantes se encontraba en el nivel "Inicio", mientras que en el postest este porcentaje se redujo a cero. Simultáneamente, el 100% de los estudiantes alcanzó los niveles "Logrado" (33.33%, n=6) y "Destacado" (66.67%, n=12). Esto indica una mejora considerable en la capacidad de los estudiantes para describir y explicar conceptos geométricos utilizando un lenguaje matemático preciso. Es notable que, en el pretest, el 61.11% (n=11) de los estudiantes ya se encontraba en el nivel "Logrado" en esta dimensión, lo que sugiere que algunos estudiantes tenían cierta capacidad comunicativa previa. Sin embargo, la intervención permitió que estos estudiantes avanzaran hacia el nivel "Destacado", demostrando que GeoGebra no solo ayuda a los estudiantes con dificultades iniciales, sino que también impulsa a los estudiantes con desempeño intermedio hacia niveles de excelencia.

La dimensión "Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio" fue la que mostró la transformación más radical. En el pretest, el 94.44% (n=17) de los estudiantes se encontraba en el nivel "Inicio", y solo un 5.56% (n=1) en "Proceso". Después de la intervención, el 100% de los estudiantes se ubicó en los niveles "Logrado" (22.22%, n=4) y "Destacado" (77.78%, n=14). Este cambio dramático demuestra la alta efectividad de GeoGebra para desarrollar habilidades procedimentales. La mayoría de los estudiantes alcanzó el nivel "Destacado" (77.78%), lo que indica que no solo aprendieron a aplicar procedimientos, sino que lo hicieron de manera excepcional. Esto sugiere que la manipulación dinámica de objetos en GeoGebra permitió a los estudiantes experimentar directamente con diferentes estrategias espaciales, facilitando la internalización de procedimientos que de otro modo habrían requerido múltiples repeticiones y práctica abstracta.

Finalmente, en la dimensión "Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas", el cambio fue igualmente impresionante. En el pretest, el 100% de los estudiantes se encontraba en el nivel "Inicio", mientras que en el postest el 94.45% alcanzó los niveles superiores, con un 27.78% (n=5) en "Logrado" y un 66.67% (n=12) en "Destacado". Este resultado es particularmente relevante, ya que la argumentación es una de las capacidades de orden superior más difíciles de desarrollar en geometría. La capacidad de justificar por qué una afirmación sobre relaciones geométricas es verdadera requiere un nivel profundo de

comprensión conceptual y razonamiento deductivo. El hecho de que el 94.45% de los estudiantes haya alcanzado estos niveles después de la intervención sugiere que GeoGebra, al permitir la exploración y la visualización de propiedades geométricas invariantes, facilitó el desarrollo del razonamiento matemático necesario para argumentar afirmaciones de manera rigurosa.

Esta distribución de mejoras por dimensión revela patrones interesantes en el aprendizaje de los estudiantes. La dimensión "Modela objetos" ya presentaba un desempeño relativamente mejor en el pretest (5.56% en niveles superiores), lo que sugiere que los estudiantes tenían cierta capacidad para identificar y describir transformaciones geométricas, aunque no necesariamente para aplicarlas o justificar sus propiedades. La mejora más espectacular en "Usa estrategias y procedimientos" (de 0% a 100% en niveles superiores) indica que GeoGebra fue particularmente efectivo para desarrollar habilidades procedimentales, permitiendo a los estudiantes practicar y dominar los pasos necesarios para realizar transformaciones. La dimensión "Argumenta afirmaciones" también mostró una mejora sustancial, pasando de un desempeño crítico (0% en niveles superiores) a un desempeño sobresaliente (94.45%), lo que sugiere que la interacción con el software facilitó el desarrollo del razonamiento deductivo y la capacidad de justificar afirmaciones matemáticas de manera rigurosa.

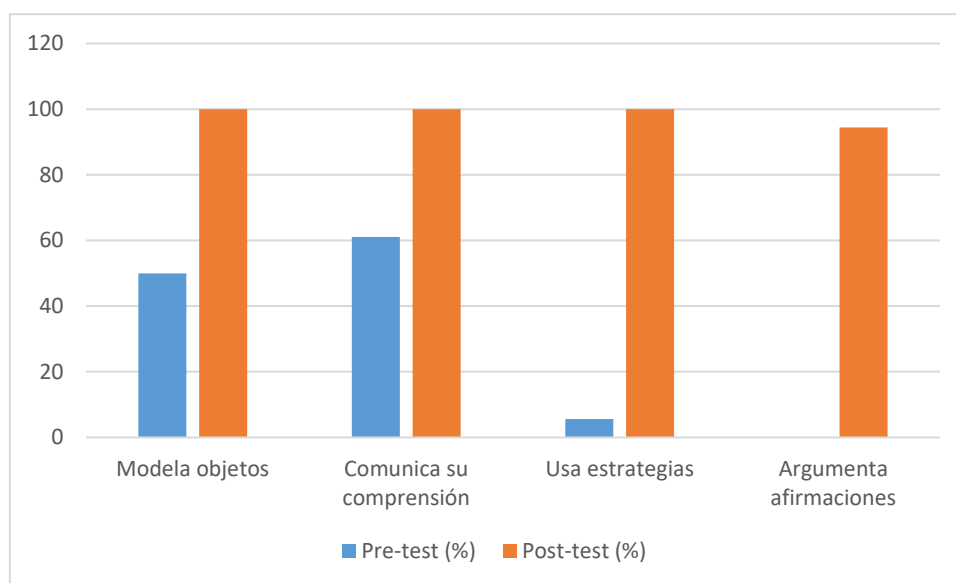


Figura 1. Comparación de resultados por dimensión

Nota. El gráfico de barras que compara los puntajes promedio en cada dimensión antes (pretest) y después (postest) de la intervención con GeoGebra, mostrando la magnitud de la mejora en cada capacidad matemática.

Resultados inferenciales

La prueba de hipótesis general, realizada mediante la prueba t de Student para muestras relacionadas, confirmó que la mejora en las capacidades matemáticas fue estadísticamente significativa. Se obtuvo un valor t de -15.619 con 17 grados de libertad y un p-valor de 0.000, lo que permite rechazar la hipótesis nula

($t(17) = -15.619$, $p < .001$). La diferencia de medias fue de -8.39 puntos (IC 95% [-9.52, -7.26]), indicando un incremento sustancial en las puntuaciones del postest.

El análisis inferencial de las cuatro dimensiones, realizado con la prueba de los rangos con signo de Wilcoxon, confirmó que la mejora fue estadísticamente significativa en todos los casos, como se detalla en la Tabla 3. Estos resultados permiten afirmar que el cambio observado en cada dimensión no se debió al azar, sino a una variación sistemática entre las mediciones. La tabla presenta los valores Z y p-valores para cada dimensión, permitiendo evaluar la significancia estadística de los cambios observados en cada capacidad matemática.

Tabla 3. Resultados de la prueba de Wilcoxon para las dimensiones de las capacidades matemáticas

Dimensión	Valor Z	p-valor
Modela objetos	-3.514	< .001
Comunica su comprensión	-3.094	.002
Usa estrategias y procedimientos	-3.754	< .001
Argumenta afirmaciones	-3.758	< .001

Discusión

Los resultados obtenidos en la presente investigación demuestran de manera contundente y estadísticamente significativa que la implementación de una propuesta didáctica estructurada y basada en el software de matemática dinámica GeoGebra fortalece de forma consistente las capacidades matemáticas de los estudiantes de segundo de secundaria en el tema de transformaciones geométricas.

El hallazgo central, que evidencia una transición marcada de los participantes desde un nivel de logro predominantemente de “Inicio” (88.89%) en el pretest a niveles de “Logrado” y “Destacado” (88.89% combinado) en el postest, no solo confirma la hipótesis de investigación, sino que también se alinea con un cuerpo robusto y creciente de literatura científica que aboga por la integración de la tecnología en la educación matemática como un catalizador para el aprendizaje significativo (Jiménez y Jiménez, 2017; Arteaga et al., 2019). Este cambio sustancial sugiere que la intervención generó mejoras relevantes en el desempeño estudiantil, apuntando a un avance más allá de una simple progresión incremental. La magnitud del cambio observado, con una diferencia de medias de más de 8 puntos entre el pretest y el postest, y un valor p inferior a .001, proporciona una fuerte evidencia del impacto de la intervención.

Este resultado es especialmente relevante en el contexto de la educación rural, donde el acceso a recursos didácticos innovadores es a menudo limitado. En este sentido, los hallazgos muestran que la

tecnología, cuando se integra de manera pedagógicamente fundamentada, puede actuar como un recurso democratizador, ofreciendo a los estudiantes de todos los contextos la oportunidad de experimentar un aprendizaje de alta calidad.

La marcada mejora observada en el desempeño general de los estudiantes coincide con los hallazgos de investigaciones previas. Por ejemplo, Karatas (2022) y Hernández y Peñalver (2018) encontraron en sus respectivos estudios cuasi-experimentales que los grupos que utilizaron GeoGebra mostraron un rendimiento significativamente superior en comparación con los grupos de control que siguieron métodos tradicionales. De manera similar, Sánchez y Borja (2022) documentaron que GeoGebra juega un papel crucial en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, mejorando significativamente la comprensión conceptual de los estudiantes. A nivel nacional, los trabajos de Llaiqui y Huacso (2021) y Escobar (2019) concluyeron que GeoGebra incide favorablemente en el aprendizaje de las transformaciones geométricas. El presente estudio refuerza estas conclusiones en un contexto rural específico, sugiriendo que los beneficios de esta herramienta tecnológica pueden ser transferibles a entornos educativos con características diversas.

En el análisis por dimensiones, se observa que el impacto de la intervención no fue homogéneo, lo cual ofrece una visión más rica y matizada del proceso de aprendizaje. La mejora espectacular en las dimensiones “Usa estrategias y procedimientos” y “Argumenta afirmaciones” es particularmente reveladora. Antes de la intervención, estas eran las áreas más críticas, reflejando una enseñanza tradicional que a menudo se centra en la memorización de conceptos sin una aplicación procedimental o un razonamiento profundo.

La capacidad de GeoGebra para proporcionar retroalimentación visual e inmediata mientras los estudiantes manipulan objetos geométricos parece haber desempeñado un papel importante en estos avances. Al experimentar directamente con las transformaciones, los estudiantes pueden internalizar los procedimientos y, lo que es más importante, comenzar a comprender por qué funcionan de esa manera. Este proceso de descubrimiento guiado es fundamental para el desarrollo del pensamiento geométrico y se alinea perfectamente con la teoría del construccionismo de Papert, que sostiene que el conocimiento se construye de manera más efectiva cuando los aprendices están comprometidos en la creación de artefactos significativos (Ackermann, 2001; Vicario, 2009). En este caso, las construcciones dinámicas en GeoGebra se convierten en esos “artefactos para pensar”, permitiendo a los estudiantes externalizar, probar y refinar sus ideas sobre las transformaciones geométricas.

La comparación con el estudio de Calvay y Castillo (2023), realizado en un contexto cercano (Piura), también es pertinente. Ellos encontraron que el uso de TICs, incluyendo GeoGebra, mejoraba el aprendizaje de las transformaciones geométricas. Nuestro estudio, al centrarse exclusivamente en una propuesta didáctica estructurada con GeoGebra y medir su impacto cuantitativamente, aporta evidencia adicional y específica sobre la efectividad de este software en particular.

Desde una perspectiva teórica, los resultados pueden interpretarse a través del lente del modelo de Van Hiele para el razonamiento geométrico. La intervención con GeoGebra parece haber actuado como un catalizador que ayudó a los estudiantes a transitar de un nivel de reconocimiento visual (Nivel 1) a un nivel de análisis de las propiedades de las figuras y transformaciones (Nivel 2). La capacidad de manipular dinámicamente los objetos geométricos les permite explorar sus propiedades de una manera que los dibujos estáticos en un libro de texto no pueden ofrecer (Martínez, 2018).

Los hallazgos de este estudio tienen implicaciones prácticas relevantes para la docencia en el área de matemáticas. Se sugiere a los educadores considerar la integración de herramientas como GeoGebra de manera estructurada y planificada en el currículo, no como un complemento ocasional, sino como un eje central de la estrategia didáctica para la enseñanza de la geometría y otros temas complejos. La evidencia obtenida subraya el potencial de la tecnología para transformar los entornos de aprendizaje y mejorar el rendimiento académico, especialmente en contextos con recursos limitados.

Es importante reconocer las limitaciones de la investigación. El diseño pre-experimental, con un solo grupo y sin un grupo de control, no permite descartar por completo la influencia de otras variables (como la maduración de los estudiantes o el efecto Hawthorne). Asimismo, el tamaño reducido de la muestra ($n=18$) limita la generalización de los resultados. No obstante, la magnitud del cambio observado y la significancia estadística proporcionan una fuerte indicación de la efectividad de la intervención.

En síntesis, esta investigación aporta evidencia empírica relevante sobre el potencial de GeoGebra como herramienta didáctica para transformar la enseñanza de la geometría. Los hallazgos sugieren que una integración pedagógicamente fundamentada de este software puede superar las barreras del aprendizaje tradicional, promoviendo una comprensión más profunda y duradera de los conceptos matemáticos.

El impacto observado en este estudio es comparable al reportado en la literatura internacional, donde investigadores como Hohenwater y Preiner (2007) han documentado cómo la matemática dinámica facilita la transición de la geometría estática a la geometría exploratoria. En conjunto, los resultados refuerzan la necesidad de que los sistemas educativos, especialmente en contextos rurales y con recursos limitados, consideren seriamente la adopción de herramientas tecnológicas como GeoGebra no como un lujo, sino como un componente esencial de la enseñanza moderna de las matemáticas.

CONCLUSIONES

Los resultados de esta investigación confirman plenamente el cumplimiento del objetivo general planteado: determinar el impacto de una propuesta didáctica basada en GeoGebra para fortalecer las capacidades matemáticas en el tema de transformaciones geométricas. La evidencia empírica obtenida, respaldada por un análisis estadístico riguroso, demuestra que la intervención pedagógica con GeoGebra generó una mejora significativa y sustancial en el nivel de logro de los estudiantes. En consecuencia, se

valida la pertinencia de integrar herramientas digitales en procesos de enseñanza orientados al desarrollo del pensamiento geométrico.

Este hallazgo no solo valida la efectividad de la propuesta didáctica, sino que también subraya el potencial transformador de las herramientas tecnológicas en la enseñanza de las matemáticas, especialmente en contextos donde los recursos tradicionales pueden ser limitados (Mora, 2020). El estudio aporta a la literatura científica una contribución valiosa al proporcionar evidencia de la efectividad de GeoGebra en un contexto rural específico de Ayabaca, Perú, un área que a menudo está subrepresentada en la investigación educativa. Asimismo, se destaca la relevancia de un diseño instruccional que integre la tecnología de manera pedagógicamente informada, alineándose con los principios del construccionismo y el modelo de Van Hiele.

Como futuras líneas de investigación, se sugiere realizar estudios con diseños cuasi-experimentales que incluyan un grupo de control para fortalecer la validez interna de los hallazgos. También sería valioso explorar el impacto de GeoGebra en otras áreas de las matemáticas y en diferentes niveles educativos. Investigaciones cualitativas podrían complementar estos hallazgos, profundizando en la percepción de los estudiantes y docentes sobre el uso de esta herramienta. Finalmente, se recomienda investigar el impacto a largo plazo de este tipo de intervenciones en el rendimiento académico y la actitud de los estudiantes para determinar la sostenibilidad de los aprendizajes logrados.

REFERENCIAS

- Ackermann, E. (2001). Piaget's constructivism, Papert's constructionism: What's the difference? [Future of learning group publication]. <https://dam-prod.media.mit.edu/x/2019/04/02/piaget%20papert.pdf>
- Arteaga, E., Medina, J., y del Sol Martínez, J. (2019). El Geogebra: Una herramienta tecnológica para aprender matemática en la secundaria básica haciendo matemática. *Conrado*, 15(70), 102-108. <https://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado/article/view/1035>
- Calvay, J., y Castillo, C. (2023). Uso de las TICs en el aprendizaje de transformaciones geométricas en estudiantes de segundo grado de secundaria de la I.E. San José, Piura 2022. <https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/109375>
- Escobar, C. (2019). Uso del software educativo Geogebra en el aprendizaje de la geometría en los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa Nuestra Señora de la Esperanza, Ugel No 06. Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle. <http://repositorio.une.edu.pe/handle/20.500.14039/4197>
- Gutiérrez, A., y Jaime, A. (2023). Teaching and learning geometry in the digital era: Challenges and opportunities. *Mathematics Education Review*, 35(2), 145–162. URL: <https://www.merjournal.org/geometry-digital-era>
- Hernández, J., y Peñalver, M. (2018). Incidencia del software geogebra como herramienta didáctica en el desarrollo del pensamiento geométrico [Tesis de Maestría en Educación, Universidad de la Costa CUC]. <http://hdl.handle.net/11323/194>
- Hohenwater, M., y Preiner, J. (2007). Dynamic mathematics with GeoGebra. *The Journal of Online Mathematics and Its Applications*, 7(1448). https://www.maa.org/external_archive/joma/Volume7/Hohenwarter/index.html

- Jiménez, J., y Jiménez, S. (2017). GeoGebra, una propuesta para innovar el proceso enseñanza-aprendizaje en matemáticas. *Revista Electrónica sobre Tecnología, Educación y Sociedad*, 4(7), Article 7. <https://www.ctes.org.mx/index.php/ctes/article/view/654>
- Karatas, V. (2022). The impacts of using GeoGebra on students' perceptions and achievement in learning geometric transformations [Doctoral dissertation, The University of Texas Rio Grande Valley]. ScholarWorks @ UTRGV. <https://scholarworks.utrgv.edu/etd/1148>
- Llaiqui, R., y Huacso, R. (2021). Aplicación de Geogebra en el aprendizaje de transformaciones isométricas en el plano de los estudiantes del tercer grado de educación secundaria de la Institución Educativa N° 56207 Ricardo Palma Soriano, Espinar-2019. <https://repositorio.unsaac.edu.pe/handle/20.500.12918/6055>
- Martínez, E. (2018). El aprendizaje de los movimientos en el plano cartesiano en el marco del modelo de Van Hiele niveles I y II, mediante el uso de la secuencia didáctica y el software GeoGebra, en los estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Puerto Nuevo. <https://repository.unab.edu.co/handle/20.500.12749/2581>
- Méndez-Giménez, A., Fernández-Río, J., Marques, R. J. R., y Caldéron, A. (2016). Percepciones de estudiantes de máster en educación física acerca de los materiales autoconstruidos. Una mirada desde la teoría construccionista de Papert. *Educación XX1*, 19(1), 179-200. <https://doi.org/10.5944/educxx1.16144>
- MINEDU. (2016). Programa curricular de educación secundaria. <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/>
- MINEDU. (2020). Norma que regula la evaluación de las competencias de los estudiantes de la educación básica. Ministerio de Educación. <https://www.minedu.gob.pe/normatividad/reglamentos/>
- MINEDU. (2022). El Perú en PISA 2018: Informe nacional de resultados. <https://repositorio.minedu.gob.pe/handle/20.500.12799/7725>
- Mora, J. (2020). Geogebra como herramienta de transformación educativa en matemática. *Mamakuna: Revista de Divulgación de Experiencias Pedagógicas*, 14, 70-81. <https://doi.org/10.70141/mamakuna.14.349>
- Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes, UMC. (2023b, abril 3). Evaluación muestral de estudiantes 2022 presenta resultados más bajos que los de 2019. <http://umc.minedu.gob.pe/evaluacion-muestral-de-estudiantes-2022-presenta-resultados-mas-bajos-que-los-de-2019/>
- Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes, UMC. (2023a). Resultados EM 2022 | UMC | Oficina de Medición de la Calidad de los Aprendizajes. <http://umc.minedu.gob.pe/resultadosem2022/>
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: Children, computers, and powerful ideas*. Basic Books, Inc. https://worrydream.com/refs/Papert_1980_-_Mindstorms,_1st_ed.pdf
- Saha, R., Chaki, S., y Dutta, S. (2023). Impact of GeoGebra-assisted instruction on students' geometric reasoning: An analysis based on Van Hiele levels. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 54(1), 45–62. DOI: <https://doi.org/10.1080/0020739X.2021.1954214>
- Sánchez, R. W., y Borja, A. M. (2022). Geogebra en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *Dominio de las Ciencias*, 8(2), Article 2. <https://doi.org/10.23857/dc.v8i2.2737>
- Tabach, M., y Levenson, E. (2022). Digital tools and the development of mathematical reasoning in geometry classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, 109(3), 357–375. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10133-4>
- Vicario, C. (2009). Construccionismo. Referente sociotecnopedagógico para la era digital. *Innovación Educativa*, 9(47), 45-50. <https://www.redalyc.org/pdf/1794/179414912004.pdf>