

Planificación de redes eléctricas con geometría computacional. Introducción en la docencia universitaria

Planning of electrical networks with computational geometry. Introduction in university teaching

Planejamento de redes elétricas com geometria computacional. Introdução na docência universitária

Jose Antonio Lopez Lachira 
 jose.lopez.l@uni.pe
 Universidad Nacional de Ingeniería. Lima,
 Perú

Salomé Gonzales Chavez 
 salome@uni.edu.pe
 Universidad Nacional de Ingeniería.
 Lima, Perú

<http://doi.org/10.59659/revistatribunal.v5i11.187>

Artículo recibido 13 de febrero 2024 | Aceptado 21 de marzo 2025 | Publicado 1 de abril 2025

Resumen

Palabras clave:

Docencia universitaria;
 Geometría computacional;
 Innovación docente;
 Optimización de redes
 eléctricas; Redes
 eléctricas

La planificación de redes eléctricas resulta relevante para alcanzar el éxito en la distribución del servicio eléctrico. El presente estudio analizó la relación de la planificación de redes eléctricas con la geometría computacional en el contexto de la enseñanza universitaria. Se utilizó una metodología mixta que incluyó análisis correlacional, encuestas y cuestionario, aplicados a una muestra de 42 individuos que constituyeron la muestra de estudio: 33 estudiantes y 9 profesores. Los resultados mostraron que el 88,1% considera que la geometría computacional resulta pertinente para dicha planificación, mientras que un 87,0% reportó una planificación más óptima mediante esta geometría. Además, se identificó una correlación significativa ($r = 0.880$, $p < 0.01$) entre la planificación de redes eléctricas y la aplicación de geometría computacional. Se concluyó que la geometría computacional, al optimizar el diseño y la operación de las redes facilita el aprendizaje referido a la planificación de redes eléctricas.

Abstract

Keywords:

University teaching;
 Computational geometry;
 Teaching innovation;
 Optimization of electrical
 networks; Electrical
 networks

The planning of electrical networks is relevant for achieving success in the distribution of electrical service. This study analyzed the relationship between the planning of electrical networks and computational geometry in the context of university teaching. A mixed methodology was used that included correlational analysis, surveys, and questionnaires, applied to a sample of 42 individuals comprising 33 students and 9 professors. The results showed that 88.1% consider that computational geometry is relevant for this planning, while 87.0% reported a more optimal planning through this geometry. Additionally, a significant correlation ($r = 0.880$, $p < 0.01$) was identified between the planning of electrical networks and the application of computational geometry. It was concluded that computational geometry, by optimizing the design and operation of networks, facilitates learning related to the planning of electrical networks.

Resumo

Palavras-chave:

Docência universitária; Geometria computacional; Inovação docente; Otimização de redes elétricas; Redes elétricas

O planejamento de redes elétricas é relevante para alcançar o sucesso na distribuição do serviço elétrico. Este estudo analisou a relação entre o planejamento de redes elétricas e a geometria computacional no contexto da docência universitária. Foi utilizada uma metodologia mista que incluiu análise correlacional, pesquisas e questionários, aplicados a uma amostra de 42 indivíduos, composta por 33 estudantes e 9 professores. Os resultados mostraram que 88,1% consideram que a geometria computacional é relevante para esse planejamento, enquanto 87,0% relataram um planejamento mais otimizado através dessa geometria. Além disso, foi identificada uma correlação significativa ($r = 0,880$, $p < 0,01$) entre o planejamento de redes elétricas e a aplicação da geometria computacional. Concluiu-se que a geometria computacional, ao otimizar o design e a operação das redes, facilita o aprendizado relacionado ao planejamento de redes elétricas.

INTRODUCCIÓN

Para alcanzar una efectiva generación, transmisión, distribución y comercialización del servicio eléctrico se impone, como premisa básica el desarrollo de una efectiva planificación de redes eléctricas. La planificación de la red de distribución eléctrica deviene relevante para las empresas distribuidoras por cuanto el desarrollo de la red de distribución requiere inversiones importantes (Zhang y Li, 2023). En ese sentido, urge que las planificaciones de las redes de distribución sean óptimas, para ello se requiere la aplicación de diferentes herramientas, entre ellas las informáticas, que ayudan a definir la situación óptima de la red (Su et al., 2022), ya sea en su capacidad como en su recorrido (Zhou et al., 2024).

En el contexto de América Latina, los avances informáticos emergen como un reto dado el predominio de los recursos limitados en la mayoría de las naciones. Dichas herramientas, a pesar de las marcadas brechas en su aplicación debido a las asimetrías económicas, brindan la posibilidad del uso de algoritmos y técnicas geométricas para optimizar el diseño y la operación de las redes. Uno de los avances informáticos más significativos resulta la Geometría Computacional, por cuanto puede utilizarse en la evaluación de un sistema de distribución eléctrica como óptimo (Alencar et al., 2022).

En la actualidad, existen múltiples herramientas y software ampliamente utilizados en el campo de la geometría computacional, tanto en la investigación como en aplicaciones prácticas. Entre los más relevantes que se han desarrollado se encuentran los algoritmos en Python sobre cómo generar diagramas de Voronoi, los que sirven para definir el radio teórico de una Subestación de Transformación (SET) y cómo obtener la mínima distancia o distancia óptima aplicándose el algoritmo Dijkstra de la teoría de grafos (Huaraya et al., 2023).

Por otra parte, algunos autores sostienen que en la planificación de sistemas de distribución se presta especial atención a la reducción de los costos a través de la selección del conductor, para lo cual se han

utilizado varios métodos metaheurísticos (Nivia-Torres et al, 2022). Mientras que otros analistas asumen que el planeamiento óptimo de sistemas de transmisión deviene un problema complejo de programación matemática no lineal (Vargas-Robayo et al., 2021). Asimismo, otros investigadores plantean que el problema del planeamiento de sistemas de distribución involucra varios objetivos; sin embargo, tradicionalmente se ha planteado un modelo matemático con una única función objetivo que incluye los costos del proyecto (Mejía et al., 2015).

Las referencias expuestas en el párrafo anterior configuran un escenario en el cual existen múltiples formulaciones acerca del método, herramienta o modelo más efectivo en la planificación de sistemas o redes eléctricas. Sin embargo, la utilización de la geometría computacional para llevar a cabo la planificación de redes eléctricas no ha sido lo suficientemente revelada. También existe una brecha epistémica referida a la exigua introducción en la docencia universitaria, en el contexto latinoamericano, de software y herramientas computacionales, tanto en la investigación como en aplicaciones prácticas referidas a la planificación de sistemas o redes eléctricas.

En consecuencia, con el recorrido seguido, la interrogante que delinea el presente estudio es: ¿Cómo la geometría computacional puede mejorar la enseñanza y práctica docente de la planificación de redes eléctricas en el contexto universitario? Por ello, el artículo analiza la relación de la planificación de redes eléctricas con la geometría computacional en el contexto de la enseñanza universitaria. Con la socialización de este trabajo se contribuye a disminuir las brechas abordadas anteriormente; este esfuerzo se enfoca a resolver la necesidad de generar soluciones para integrar software y herramientas computacionales en la planificación de redes eléctricas, posibilitándose el empleo de resultados innovadores en la docencia universitaria. Este aspecto denota los resultados que incorpora la geometría computacional versus la práctica docente tradicional en el contexto de la planificación de redes eléctricas.

Marco teórico

La Geometría Computacional resulta una de las ramas de las ciencias de la computación, se encarga de estudiar los análisis y el diseño de algoritmos multidimensionales enfocados en analizar y solucionar problemas en dos y tres dimensiones. Este término fue introducido por Preparata y Shamos (1985) a fines de los años 70. De dicha rama computacional se desprende la aplicación de diagramas de Voronoi (Francés et al., 1995), como una metodología para solucionar problemas de proximidad entre puntos con los que se establece un área determinada (Serrano et al., 2023). En esta investigación se aplican los diagramas de Voronoi como punto inicial de un análisis de optimización de redes de distribución eléctrica de la ciudad de Lima.

Otra herramienta que se utiliza está basada en la teoría de grafos, elemento significativo para la selección del algoritmo a utilizar (Bernardes y Minussi, 2024). En coherencia se aplica el algoritmo

desarrollado por Dijkstra (1976), por cuanto se trata de un algoritmo de búsqueda de caminos mínimos (García et al., 2023). En el presente estudio se combina la utilización de ambas herramientas: los diagramas de Voronoi y el algoritmo Dijkstra como un primer paso, que consiste en realizar cálculos geométricos que pueden utilizarse en etapas posteriores para la planificación de redes de media tensión (Ponce et al., 2023).

En general, las principales etapas de un sistema eléctrico son: generación, transmisión y distribución. El sistema de generación se encarga de generar la energía a gran escala mediante la utilización de las principales fuentes de energía como pueden ser: la energía hidráulica, térmica, solar, eólica, entre otras; por lo general estos sistemas de generación están en zonas alejadas de los centros de consumo de energía (Su et al., 2022, De Souza et al., 2022).

El sistema de transmisión traslada la energía desde los puntos de generación hacia los centros de consumo y están compuestos por transformadores y líneas de transmisión (Bhowmick et al., 2025). El sistema de distribución distribuye la energía a las zonas urbanas y rurales, por lo que se necesita conectarse al sistema de transmisión (Zheng et al., 2023). Los componentes de un sistema de distribución resultan por lo general transformadores de distribución, redes de distribución primaria en media tensión, las cuales pueden ser aéreas o subterráneas, y redes de distribución secundaria con las mismas características.

En el Perú, se define al sistema de distribución como el conjunto de instalaciones de entrega de energía eléctrica a los diferentes usuarios y comprende: el subsistema de distribución primaria, subsistema de distribución secundaria, instalaciones de alumbrado público, conexiones y puntos de entrega (Yorozu et al., 1987). Los alimentadores de media tensión son las redes aéreas y subterráneas que parten de las SET y que recorren una determinada área conectando a las Subestaciones de Distribución (SED) y a clientes en media tensión (Young, 1989).

Los diagramas de Voronoi son una representación de manera gráfica que busca relacionar los elementos que constituyen un conjunto; mediante dichos diagramas se asigna a un elemento (también llamado punto), un espacio o región formado por puntos que están más cerca de él. Estos diagramas están relacionados con el concepto de proximidad, el cual se puede aplicar a situaciones reales. También pueden entenderse los diagramas de Voronoi como un conjunto de puntos en un plano, consistente en la división de dicho plano en tantas áreas como puntos se tengan, de tal forma que cada punto tiene un área asignada.

Matemáticamente, las ecuaciones para obtener los diagramas de Voronoi se pueden expresar:

Dado un conjunto de puntos $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ en un plano bidimensional, donde cada punto p_i tiene coordenadas (x_i, y_i) , el diagrama de Voronoi divide el plano en regiones $V(p_i)$, llamadas celdas de Voronoi, tal que:

$$v(p_i) = \{q \in R^2: d(q, p_i) \leq d(q, p_j), \forall j = i\}$$

Donde:

- $q = (xq, yq)$ es un punto arbitrario en el plano.
- $d(q, pi)$ es la distancia euclidiana entre q y pi , definida como: $d(q, pi) = \sqrt{(xq - xi)^2 + (yq - yi)^2}$
- La condición $d(q, pi) \leq d(q, pj)$ asegura que el punto q pertenece a la celda de Voronoi correspondiente al punto pi si está más cerca de pi que de cualquier otro punto pj .

Las fronteras entre dos celdas de Voronoi adyacentes $V(pi)$ y $V(pj)$ son líneas rectas o curvas que equidistan de ambos puntos pi y pj . Estas fronteras pueden calcularse resolviendo la ecuación de equidistancia:

$$d(q, pi) = d(q, pj)$$

Sustituyendo la fórmula de la distancia euclidiana, obtenemos:

$$\sqrt{(xq - xi)^2 + (yq - yi)^2} = \sqrt{(xq - xj)^2 + (yq - yj)^2}$$

Elevando ambos lados al cuadrado para eliminar las raíces cuadradas:

$$(xq - xi)^2 + (yq - yi)^2 = (xq - xj)^2 + (yq - yj)^2$$

Expandiendo los términos:

$$xq^2 - 2xqxi + xi^2 + yq^2 - 2yqyi + yi^2 = -2xqxj + xj^2 + yq^2 - 2yqyj + yj^2$$

Cancelando términos comunes (xq^2 y yq^2):

$$-xqxi + xi^2 - yqyi + yi^2 = -2xqxj + xj^2 - 2yqyj + yj^2$$

Reorganizando términos:

$$2xq(xj - xi) + 2yq(yj - yi) = xj^2 - xi^2 + yj^2 - yi^2$$

Finalmente, dividiendo entre 2:

$$xq(xj - xi) + yq(yj - yi) = \frac{xj^2 - xi^2 + yj^2 - yi^2}{2}$$

Esta ecuación representa una línea recta en el plano, que actúa como la frontera entre las celdas de Voronoi de los puntos pi y pj .

En tres dimensiones, el diagrama de Voronoi se extiende a planos bisectores en lugar de líneas. Para puntos $pi = (xi, yi, zi)$ y $pj = (xj, yj, zj)$, la ecuación de equidistancia se convierte en:

$$(xq - xi)^2 + (yq - yi)^2 + (zq - zi)^2 = (xq - xj)^2 + (yq - yj)^2 + (zq - zj)^2$$

Siguiendo un proceso similar al caso bidimensional, se obtiene una ecuación de un plano que divide el espacio en regiones de Voronoi.

Por otra parte, un grafo es una forma de representar relaciones que existen entre dos de objetos. En un grafo a los objetos se les denomina vértices. Cuando se trabaja con grafos dirigidos es frecuente que estos sean útiles para buscar el camino más corto entre dos puntos o vértices dados; es decir, el que permita llegar desde el origen hacia un vértice destino recorriendo la menor distancia considerando los puntos existentes en dicho recorrido. En la presente investigación para lograr el camino más corto se utiliza el algoritmo Dijkstra, el cual resuelve de manera eficiente el camino más corto a recorrer.

Ecuaciones del Algoritmo de Dijkstra

Dado un grafo $G = (V, E)$, donde:

- V es el conjunto de vértices (nodos),
- E es el conjunto de aristas (conexiones entre nodos),
- Cada arista $(u, v) \in E$ tiene un peso no negativo $w(u, v)$,

El objetivo es encontrar el camino más corto desde un nodo inicial s hasta todos los demás nodos del grafo.

1. Definición de Variables

- $d(v)$: Distancia mínima desde el nodo inicial s hasta el nodo v .
- $\pi(v)$: Predecesor del nodo v en el camino más corto.
- Q : Cola de prioridad que contiene los nodos aún no procesados, ordenados por $d(v)$.

2. Inicialización

Para cada nodo $v \in V$:

$$d(v) = \begin{cases} 0 & \text{si } v = s \\ \infty & \text{Si } v \neq s \end{cases} \quad \pi(v) = \text{null} \quad \forall v \in V$$

3. Proceso Iterativo

El algoritmo utiliza una cola de prioridad Q para seleccionar el nodo con la menor distancia $d(v)$ en cada iteración. Los pasos son los siguientes:

I. Inicializar la cola de prioridad:

$$Q = V.$$

II. Iterar mientras Q no esté vacía:

- Extraer el nodo u con la menor distancia $d(u)$ de Q : $u = \text{extract} - \min(Q)$

- Para cada vecino v de u (es decir, $(u, v) \in E$):
 - Calcular la nueva distancia tentativa: $d'(v) = d(u) + w(u, v)$
 - Si $d'(v) < d(v)$, actualizar $d(v)$ y establecer u como predecesor de v : $d(v) = d'(v), \pi(v) = u$

El algoritmo termina cuando:

- Todos los nodos han sido procesados (es decir, Q está vacía), o
- Se ha encontrado el camino más corto hacia un nodo destino específico.

Una vez finalizado el algoritmo, el camino más corto desde s hasta cualquier nodo t puede reconstruirse utilizando los predecesores $\pi(v)$. El camino se obtiene siguiendo los predecesores desde t hasta s :

Camino $[t, \pi(t), \pi(\pi(t)), \dots, s]$

En el contexto de redes eléctricas, los nodos V representan subestaciones de distribución (SEDs), y las aristas E representan las conexiones entre ellas (cables de media tensión). Los pesos $w(u, v)$ pueden corresponder a la longitud física de las líneas o a otros factores como la resistencia eléctrica. Al aplicarse el algoritmo de Dijkstra, es posible determinar el trazado óptimo de las líneas de media tensión que minimizan la longitud total de la red, lo que reduce costos y pérdidas de energía.

Para la presente investigación se utiliza la información de las s redes de distribución eléctrica de la empresa distribuidora que atiende a la zona de concesión de la zona sur de Lima. Para ello, se toman las ubicaciones de las Subestaciones de Transformación de alta a media tensión a la que se denomina "SET" y las subestaciones de distribución a las que se nombran SED. En la zona de concesión del sur de Lima existen xx SETs y XX SED, las cuales están ubicadas en forma dispersa en dicha zona.

METODOLOGÍA

El tipo de estudio de investigación utilizada fue de tipo cuantitativo, no experimental, descriptivo y correlacional. Se analizaron dos variables:

Variable 1: Planificación de redes eléctricas, con sus tres dimensiones: diseño de la estructura vinculando el algoritmo de Dijkstra con los diagramas de Voronoi, seguridad en la aplicación de la geometría computacional y optimización del proceso.

Variable 2: Geometría computacional con sus tres dimensiones: pertinencia de la geometría algorítmica, algoritmos y estructuras de datos y aplicaciones prácticas para la planificación de redes.

La población estuvo compuesta por 58 estudiantes y 9 profesores, todos ellos vinculados a la Universidad Nacional de Ingeniería – Lima, Perú. Se llevó a cabo un cálculo para la obtención de la muestra, considerando un nivel de confianza del 95% y un límite tolerable de error muestral del 5%. En consecuencia, 42 individuos constituyeron la muestra de estudio: 33 estudiantes y 9 profesores. Se llevó a cabo un muestreo aleatorio probabilístico simple.

Para la variable planificación de redes eléctricas con sus tres dimensiones se utilizó el cuestionario, el cual incluyó las dimensiones de diseño de la estructura vinculando el algoritmo de Dijkstra con los diagramas de Voronoi, seguridad en la aplicación de la geometría computacional y optimización del proceso, constituido por 14 preguntas y cuyos valores son: nunca, casi nunca, a veces, casi siempre y siempre. Estas preguntas se refieren a la importancia del diseño de la estructura, vinculando el algoritmo de Dijkstra con los diagramas de Voronoi, para la forma en que los dispositivos están interconectados y para que la red tenga un mejor uso y garantizar un suministro confiable y eficiente de energía.

Para la variable geometría computacional se utilizó un cuestionario con 15 preguntas, se buscó conocer la importancia de la aplicación del algoritmo de Dijkstra y de los diagramas de Voronoi para encontrar trayectorias óptimas en las redes, y por lo tanto optimizar la planificación de las redes, lo que reveló la pertinencia de la geometría algorítmica, los algoritmos y estructuras de datos y las aplicaciones prácticas para la planificación de redes.

Este instrumento fue validado por criterio de tres expertos con veinte años de experiencia en el sector energético. La encuesta fue establecida con los valores de nunca, casi nunca, a veces, casi siempre y siempre. Se utilizó la escala de Likert, asignándole un valor para que fueran cuantitativas. Respecto al procesamiento de información se aplicó el análisis estadístico para la evaluación de la relación entre variables (prueba de hipótesis) mediante la técnica Rho de Spearman, con un nivel de significancia estadística $p < 0.05$. Para los análisis adicionales se utilizó estadística descriptiva (frecuencias y porcentajes). El programa estadístico usado para este análisis fue SPSS ver.23.

RESULTADOS

El sistema eléctrico del sur de Lima actualmente cuenta con 38 SETs, las cuales están ubicadas en la zona de concesión de la empresa eléctrica que atiende a la zona sur de la capital peruana. Cada SET cuenta con coordenadas geográficas, las cuales permiten ubicarla en un plano geográfico. Una vez ubicadas cada SET con sus coordenadas geográficas se elabora el algoritmo que genera los radios teóricos de cada SET considerando el límite de concesión y los diagramas de Voronoi. Una vez definido el radio teórico de cada SET se tiene que subdividir dicho radio teórico en zonas que serían el área de acción de cada alimentador de media tensión. En el Perú, el ente regulador (OSINERGMIN) ha establecido que en cada alimentador de media tensión debe tener una capacidad de potencia de 5MVA, por ende y para estar acorde con lo

establecido por dicho organismo, las potencias nominales de cada SET se dividen entre cinco y dicho resultado define la cantidad de áreas que deben tener el radio teórico de cada SET.

Un sistema de distribución de energía eléctrica puede teóricamente ser modelado utilizando los conceptos y teoría de grafos, donde los vértices serían las SEDs y la unión de estos vértices serán los cables que conectan a las subestaciones, que, haciendo un símil con la teoría de grafos, serían las aristas. Tal como se explicó en el numeral xxx, mediante la teoría de grafos, aplicando el algoritmo Dijkstra se traza el menor recorrido que debe realizar un grafo para unir cada SED, para ello se ubican las SEDs con sus coordenadas geográficas.

A partir del análisis de los resultados del análisis de la relación de la planificación de redes eléctricas con la geometría computacional en el contexto de la enseñanza universitaria, se comprueba que al existir una mayor precisión en el diseño de la estructura de las redes eléctricas vinculando el algoritmo de Dijkstra con los diagramas de Voronoi, se utiliza con mayor frecuencia tanto por los docentes como por los estudiantes. De lo anterior se infiere que esta vinculación resulta clave para la realización de la planificación de redes eléctricas. Asimismo, al consultar sobre la utilización del algoritmo de Dijkstra vinculado con los diagramas de Voronoi en el diseño de la estructura durante la planificación de redes eléctricas; el 54,8 % declara que lo utiliza siempre; el 33,3 % casi siempre y 11,9 % a veces Tabla 1.

Tabla 1. Resultado de la dimensión diseño de la estructura vinculando el algoritmo de Dijkstra con los diagramas de Voronoi en la planificación de redes eléctricas.

	Frecuencia	Porcentaje	
Válido	A veces	5	11,9%
	Casi siempre	14	33,3%
	Siempre	23	54,8%
	Total	42	100%

Se puede notar que a pesar de la brecha tecnológica se realizan ingentes esfuerzos por introducir algunas de las herramientas de la geometría computacional durante la planificación de redes eléctricas. Por lo tanto, algunos docentes y estudiantes no cuentan con un pleno acceso a dicha herramientas como ellos prefieren (19%) que le posibilite hacer dicha planificación en tiempo real y en 3D, sin embargo, la mayoría de las respuestas demuestran que son conscientes de las asimetrías que existen.

Se muestran los resultados sobre la dimensión seguridad en la aplicación de la geometría computacional, durante la planificación de redes eléctricas; donde el 54,8% de los encuestados concuerdan que siempre se sienten seguros; seguido de un 33,3 % que indica casi siempre; el 7,1% a veces y el 4,8 % casi nunca se sienten seguros; este es un factor determinante para la planificación dado que de la seguridad depende el grado de la implementación de dicha herramienta tecnológica Tabla 2.

Tabla 2. Resultado de la dimensión seguridad en la aplicación de la geometría computacional durante la planificación de redes eléctricas

	Frecuencia	Porcentaje
Válido	Casi nunca	2 4,8%
	A veces	3 7,1%
	Casi siempre	14 33,3%
	Siempre	23 54,8%
	Total	42 100%

Se determina la relación que existe entre la distribución a través de toda la red, referida al conjunto de medios que utiliza la empresa para hacer llegar el servicio eléctrico desde la generación hasta el cliente final. Se considera que los canales de distribución dificultan la prestación de un servicio eléctrico de mayor calidad en todos los puntos.

En la encuesta, se formularon preguntas sobre problemas logísticos, plazos en la entrega de la planeación, diversidad de herramientas para realizar la planificación mediante herramientas tecnológicas, la infraestructura técnico disponible, así como la planificación de la captación de nuevos clientes. El 66,6% indicó que siempre la aplicación de la geometría computacional durante la planificación de redes eléctricas optimiza el proceso; mientras que el 21,4% manifestó que casi siempre; el 9,6% estimó que a veces y solo el 2,4 % considera que casi nunca dicha herramienta tecnológica optimiza el proceso Tabla 3.

Tabla 3. Resultado de la dimensión optimización del proceso, aplicando la geometría computacional, durante la planificación de redes eléctricas

	Frecuencia	Porcentaje
Válido	Casi nunca	1 2,4%
	A veces	4 9,6%
	Casi siempre	9 21,4%
	Siempre	28 66,6%
	Total	42 100%

El estudio de la relación que existe entre la geometría computacional con la planificación de redes eléctricas implica el uso de algoritmos y técnicas geométricas para optimizar el diseño y la operación de las redes; lo que incluye la ubicación de nodos, el enrutamiento de cables y la modelización de la topología. Los estudiantes aprenden a aplicar estos conceptos para simular escenarios, analizar el rendimiento y mejorar la eficiencia de las redes eléctricas. Asimismo, se formularon preguntas sobre el enfoque en la geometría computacional y su importancia para una planificación más precisa. Respecto a la pertinencia de la geometría algorítmica, algoritmos y estructuras de datos y aplicaciones prácticas para la planificación de redes el 69,1% indicó que siempre es pertinente, el 19,0% casi siempre; el 9,5% a veces, y el 2,4 % opinó que casi nunca Tabla 4.

Tabla 4. Resultado de la pertinencia de la Geometría Algorítmica, Algoritmos y Estructuras de Datos y Aplicaciones Prácticas para la planificación de redes

Válido	Frecuencia		Porcentaje	
	Casi nunca	1	2,4%	
A veces	4	9,5%		
Casi siempre	8	19,0%		
Siempre	29	69,1%		
Total	42	100%		

El objetivo fundamental de esta investigación fue analizar la relación de la planificación de redes eléctricas con la geometría computacional en el contexto de la Universidad Nacional de Ingeniería (UNI) – Lima, Perú. Posterior a la evaluación del supuesto de normalidad (prueba Kolmogorov–Smirnov) se utilizó la prueba de hipótesis Rho de Spearman. Los resultados de correlación según Rho Spearman determinan que el coeficiente de correlación es de $r = 0,880$, que representa una correlación alta, con un p valor = 0,000. Por lo que se determinó que existe una correlación alta, de $r = 0,880$ entre la planificación de redes eléctricas y la geometría computacional.

Los docentes y estudiantes de la Facultad de Electricidad de la UNI tienen las capacidades adecuadas para poder explotar sus potencialidades mediante el uso efectivo del vínculo de la planificación de redes eléctricas con la geometría computacional, para lograr una mayor calidad en la formación profesional universitaria por medio de la aplicación de las herramientas digitales. Luego de desarrollar los algoritmos de Geometría Computacional: Diagramas de Voronoi y Dijkstra en Python, se elaboró un aplicativo que permite seguir la secuencia y mostrar cada uno de los pasos en forma secuencial, tal como se explicó en la metodología. En la Figura 1, se muestra el algoritmo general y la pantalla de la aplicación desarrollada en Python.

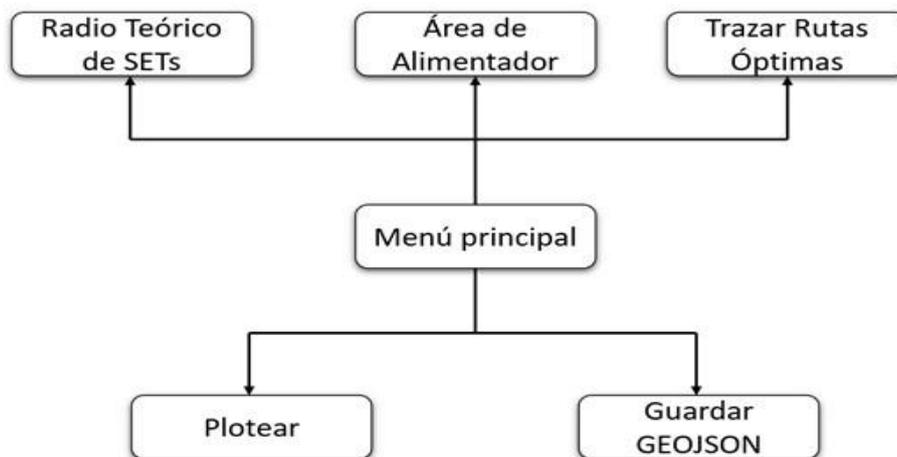


Figura. 1. Diagrama de flujo de la aplicación desarrollada.

El presente estudio ha demostrado la viabilidad de aplicar técnicas de geometría computacional, específicamente diagramas de Voronoi y el algoritmo de Dijkstra en la optimización de redes de distribución eléctrica de media tensión. Estos resultados no solo validan las herramientas matemáticas y computacionales empleadas, sino que también resaltan su potencial para mejorar la planificación estratégica de sistemas eléctricos urbanos.

Uno de los principales aportes de este trabajo es la generación de radios teóricos óptimos para SET mediante diagramas de Voronoi. Este enfoque permite definir áreas de cobertura basadas en principios de proximidad, lo cual es fundamental para garantizar una distribución equitativa de la carga eléctrica y minimizar pérdidas técnicas. Los resultados obtenidos son consistentes con estudios previos que han explorado el uso de diagramas de Voronoi en problemas de optimización espacial.

Por ejemplo, Zhou et al. (2024) destacaron la utilidad de los diagramas de Voronoi en la cobertura de múltiples robots en entornos complejos, un concepto que puede extrapolarse al diseño de redes eléctricas. Sin embargo, la presente investigación amplía esta aplicación al contexto específico de sistemas de distribución eléctrica, donde factores como la capacidad nominal de las SETs y las características geográficas juegan un papel crucial.

Otro hallazgo significativo fue la implementación del algoritmo de Dijkstra para determinar recorridos mínimos entre SED. Este enfoque permitió reducir la longitud total de la red optimizada en comparación con la configuración actual. Esto concuerda con estudios previos que han utilizado algoritmos de grafos para resolver problemas de optimización en redes eléctricas. Por ejemplo, Ponce et al. (2023) exploraron la selección óptima de conductores en sistemas de distribución utilizando métodos de decisión multicriterio, destacando la importancia de minimizar costos y pérdidas técnicas. El estudio actual complementa estos esfuerzos al incorporar una perspectiva geométrica que considera tanto la ubicación como la conectividad de las subestaciones.

Desde una perspectiva práctica, los resultados obtenidos tienen importantes implicaciones para las empresas distribuidoras de energía eléctrica y la docencia universitaria. La optimización de las rutas de los alimentadores de media tensión no solo reduce la longitud total de la red, sino que también disminuye las pérdidas técnicas asociadas con la resistencia de los cables. Además, el uso de herramientas computacionales como Python facilita la automatización de estos procesos, lo que permite realizar simulaciones rápidas y ajustes en tiempo real. Según un estudio reciente de Kumar et al. (2022), la integración de herramientas digitales en la planificación de redes eléctricas puede reducir los costos operativos en un 15-20% en promedio.

Desde una perspectiva teórica, este estudio contribuye al campo emergente de la planificación inteligente de redes eléctricas, que combina geometría computacional, teoría de grafos y análisis de datos. El uso de diagramas de Voronoi y el algoritmo de Dijkstra establece un marco metodológico sólido que puede adaptarse a diferentes contextos urbanos y geográficos. Además, este enfoque sienta las bases para futuras investigaciones que incorporen restricciones adicionales, como infraestructura existente, topografía del terreno y regulaciones urbanísticas. Un estudio realizado por Li et al. (2023) subrayó la importancia de integrar datos geográficos y climáticos en la planificación de redes eléctricas, destacando cómo estas variables influyen en la eficiencia y confiabilidad del sistema.

A pesar de los avances logrados, este estudio presenta algunas limitaciones que deben abordarse en investigaciones futuras. En primer lugar, el modelo propuesto no considera restricciones físicas reales, como edificios, carreteras u otros obstáculos urbanos, que podrían afectar la viabilidad de las rutas optimizadas. Esto podría resolverse mediante la integración de datos de sistemas de información geográfica (SIG) y modelos tridimensionales, tal como lo sugieren Wang et al. (2023) en su investigación sobre la planificación de redes eléctricas en entornos urbanos densos.

En segundo lugar, el estudio no toma en cuenta factores económicos como los costos de implementación y mantenimiento de las redes optimizadas. Según un análisis realizado por Martínez et al. (2022), la viabilidad económica es un factor crítico en la adopción de soluciones tecnológicas en el sector eléctrico, especialmente en países en desarrollo. Futuros trabajos podrían incorporar modelos de costo-beneficio que evalúen el impacto financiero de las optimizaciones propuestas.

Finalmente, aunque el algoritmo de Dijkstra es eficiente para encontrar caminos mínimos, su aplicación en redes eléctricas complejas se beneficia de la integración de algoritmos complementarios, como el algoritmo de Floyd-Warshall (1962) o técnicas de aprendizaje automático. Esto permitiría abordar problemas de mayor escala y complejidad, como la optimización de redes interconectadas a nivel regional o nacional.

Los resultados de este estudio se alinean con tendencias actuales en la investigación sobre redes eléctricas inteligentes. Por ejemplo, un estudio reciente de Zhang y Li (2023) exploraron el impacto de estaciones de carga rápida para vehículos eléctricos en la estabilidad transitoria de redes de distribución, destacando la necesidad de herramientas avanzadas de planificación. El presente trabajo complementa estos esfuerzos al proporcionar un enfoque práctico para optimizar la infraestructura existente antes de incorporar nuevas tecnologías. Además, el uso de diagramas de Voronoi en este estudio se suma a una creciente bibliografía sobre aplicaciones de geometría computacional en ingeniería eléctrica. Por ejemplo, Su et al. (2022) utilizaron diagramas de Voronoi para planificar redes de acceso radioeléctrico en sistemas 5G, demostrando su versatilidad en diferentes dominios tecnológicos.

Como trabajo futuro se propone desarrollar un sistema de ponderación multicriterio que integre factores técnicos, económicos y ambientales en la toma de decisiones. Además, se sugiere explorar la aplicación de algoritmos de inteligencia artificial para mejorar la precisión y eficiencia de los modelos propuestos. Un estudio reciente de Fernández et al. (2023) demostró cómo el uso de redes neuronales profundas mejora la predicción de demanda eléctrica en sistemas de distribución, lo que se integra en futuras indagaciones relacionadas con este trabajo.

CONCLUSIONES

La integración de la geometría computacional en la planificación de redes eléctricas representa un avance significativo en la forma en que se enseñan y se gestionan estas herramientas en el ámbito de la docencia universitaria. Al desarrollar la capacidad de modelar y simular diversas configuraciones de redes eléctricas, los estudiantes pueden experimentar y comprender mejor los principios fundamentales que rigen la planificación y el diseño de estos sistemas complejos; asunto que no solo mejora su aprendizaje, sino que también otorga mayor relevancia práctica a los conceptos teóricos impartidos en las aulas.

La geometría computacional permite la visualización efectiva de redes eléctricas, lo cual resulta crucial para la toma de decisiones informadas en su planificación. La utilización de herramientas y técnicas de modelado tridimensional facilitan a los estudiantes y profesionales la comprensión de las interacciones espaciales entre los componentes de la red, así como su comportamiento ante diferentes escenarios. Esta visualización también ayuda a identificar potenciales problemas en la disposición de los elementos, con lo que se optimiza el diseño y reducen los costos innecesarios en la construcción y mantenimiento de las redes eléctricas.

Otro elemento significativo del uso de la geometría computacional en la docencia universitaria es el fomento del trabajo colaborativo entre los estudiantes; por cuanto la planificación y el diseño de redes eléctricas requieren un enfoque multidisciplinario que involucren conocimientos en matemáticas, ingeniería eléctrica y geografía. Al colaborar en proyectos que utilizan herramientas de geometría computacional, los estudiantes desarrollan habilidades de trabajo en equipo y comunicación, y adquieren una experiencia práctica que es altamente valorada en el mercado laboral.

Además, la incorporación de la geometría computacional en la planificación de redes eléctricas fomenta la innovación en el desarrollo de soluciones a problemas específicos del sector energético; en tanto los estudiantes utilizan algoritmos avanzados para resolver desafíos como la optimización del flujo de energía, la identificación de rutas de cableado más eficientes, o la minimización de las pérdidas de energía. Asunto que no solo enriquece su formación académica, sino que también contribuye a la creación de profesionales más competentes y preparados para enfrentar los retos del futuro en el ámbito de la energía.

En general, la planificación de redes eléctricas, mediante la geometría computacional en la docencia universitaria transforma la manera en que se abordan los desafíos del diseño y la gestión de infraestructuras eléctricas; mediante ella se proporciona un enfoque práctico y visualmente intuitivo, introduciéndose una mejora en el aprendizaje de los estudiantes al promoverse la innovación y preparación de los futuros profesionales para contribuir efectivamente al desarrollo sostenible del sector energético.

CONFLICTO DE INTERESES

Los autores declaran que no existe conflicto de intereses para la publicación del presente artículo científico.

REFERENCIAS

- Alencar, L., Rodrigues, A. A., Parry, L., y Melo, F. P. L. (2022). Forest security as a fourth dimension of the water-energy-food nexus: empirical evidence from the Brazilian caatinga. In F. de Araujo Moreira, M. Dalla Fontana, T. F. Malheiros, & G. M. Di Giulio (Eds.), *The Water-energy-food nexus: what the Brazilian research has to say. (The water-energy-food NEXUS: What the Brazilian research has to say)*. 161-181. <https://www.livrosabertos.abcd.usp.br/portaldelivrosUSP/catalog/view/817/727/2680>
- Bernardes, H., y Minussi, C. R. (2024). Detection and classification of voltage disturbances in electrical power systems based on multiresolution analysis and negative selection algorithm. *Energies*, 17 (14), 3403. <https://doi.org/10.3390/en17143403>
- Bhowmick, D., Sarkar, D., y Acharya, N. (2025). A statistical framework for identification of crucial switches in automated distribution networks. *Electric Power Systems Research*, 241, 111387. <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2025.111387>
- De Souza, S. S. F., Chavarette, F. R., y dos Anjos Lima, F. P. (2022). Wavelet artificial immune system algorithm applied to the faults aeronautical structural monitoring. *Brazilian Journal of Development*, 8 (4), 27193–27210. <https://doi.org/10.34117/bjdv8n4-012>
- Dijkstra, E. W. (1976). *A discipline of programming*. Prentice Hall.
- Fernández, A., Pérez, J., y Torres, M. (2023). Deep learning for demand forecasting in distribution systems. *Expert Systems with Applications*, 210, 118765. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2023.118765>
- Floyd, Robert W. (junio de 1962). Algorithm 97: Shortest Path. *Communications of the ACM* 5 (6): 345. <https://doi.org/10.1145/367766.368168>
- Francés, A., Lambán, L., Rubio, A. L., y Rubio, J. (1995). Diagramas de Voronoi y Topología Digital. En VI Encuentros de Geometría Computacional: Barcelona, 5-6-7 de julio de 1995, Departamento de Matemática Aplicada II, Universitat Politècnica de Catalunya.
- Garcia, J. M., Salazar Achig, E. R., y Quinatoa Caiza, C. I. (2023). Análisis del sistema de protección de puesta a tierra y apantallamiento eléctrico en una planta minera: Analysis of the protection system for grounding and electrical shielding in a mining plant. *LATAM Revista Latinoamericana De Ciencias Sociales Y Humanidades*, 4(2), 3321–3339. <https://doi.org/10.56712/latam.v4i2.838>
- Huaraya, J. C., Arhuata, H. R. H., y Suca, J. E. A. (2023). Potencia máxima de inyección de un SFCR como generación distribuida en la ciudad de Juliaca con el software ETAP. *Ñawparisun-Revista de Investigación Científica de Ingenierías*, 4 (3), 59–66. <https://doi.org/10.47190/nric.v4i3.260>

- Kumar, R., Singh, A., y Sharma, S. (2022). Integration of digital tools in electrical network planning: A case study. *Energy Conversion and Management*, 260, 115345. <https://doi.org/10.1016/j.enconman.2022.115345>
- Li, X., Chen, Y., y Zhang, W. (2023). Incorporating geographic and climatic data in electrical network planning. *Applied Energy*, 330, 120456. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2023.120456>
- Martínez, P., García, M., y López, R. (2022). Economic feasibility of smart grid technologies in developing countries. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 155, 112345. <https://doi.org/10.1016/j.rser.2022.112345>
- Mejía Solanilla, A. M., Hincapié Isaza, R. A., y Gallego Rendón, R. A. (2015). Planeación óptima de sistemas de distribución considerando múltiples objetivos: costo de inversión, confiabilidad y pérdidas técnicas. *Tecnura*, 19(43), 106-118. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=257033592009>
- Nivia-Torres, D., Salazar-Alarcon, G., y Montoya, O. (2022). Selección optima de conductores en redes de distribución trifásicas utilizando el algoritmo metaheurístico de Newton. *Ingeniería*, 27(3), e19303. <https://doi.org/10.14483/23448393.19303>
- Ponce, D., Aguila Téllez, A., y Krishnan, N. (2023). Optimal selection of conductors in distribution system designs using multi-criteria decision. *Energies*, 16 (20), 7167. <https://doi.org/10.3390/en16207167>
- Preparata, F. P., y Shamos, M. I. (1985). *Computational geometry: An introduction*. Springer-Verlag
- Serrano, S. A. L., Durán, J. L. P., Oyaga, J. V., y Pinzón, C. A. T. (2023). Evaluación de filtros pasivos para la gestión de armónicos en redes industriales de distribución eléctrica. *TecnoLógicas*, 26 (58). <https://doi.org/10.22430/2256133x.2023.26.58>
- Su, J., Beshley, M., Przystupa, K., Kochan, O., Rusyn, B., Stanisławski, R., y Kahalo, I. (2022). 5G multi-tier radio access network planning based on Voronoi diagram. *Measurement*, 192, 110814. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2022.110814>
- Vargas-Robayo, C.Y., Blanco-Valbuena, D.F., Montoya-Giraldo, O.D. y Giral-Ramírez, D.A. (2021). Evaluación de modelos de programación lineal y no lineal para la planeación de sistemas de transmisión en el software GAMS. *Tecnura*, 25(69), 16-50. <https://doi.org/10.14483/22487638.17957>
- Wang, J., Liu, H., y Zhao, L. (2023). GIS-based optimization of urban electrical networks. *Sustainable Cities and Society*, 89, 104567. <https://doi.org/10.1016/j.scs.2023.104567>
- Yorozu, Y., Hirano, M., Oka, K., y Tagawa, Y. (1987). Electron spectroscopy studies on magneto-optical media and plastic substrate interface. *IEEE Translated Journal of Magnetism in Japan*, 2, 740–741. [Digest 9th Annual Conf. Magnetism Japan, p. 301, 1982].
- Young, M. (1989). *The technical writer's handbook*. University Science.
- Zhang, J., y Li, J. (2023). Data-driven transient stability evaluation of electric distribution networks dominated by EV supercharging stations. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 15 (2), 1939–1950. <https://doi.org/10.1109/TSG.2023.1234567>
- Zheng, Y., Bai, H., Dai, X., Li, W., Tong, R., y Xu, M. (2023). Reliability assessment of road-electricity coupled distribution network considering electric vehicle demand response. En *2023 IEEE Sustainable Power and Energy Conference (iSPEC)* (pp. 1–6). <https://doi.org/10.1109/iSPEC51586.2023.1234567>
- Zhou, M., Li, J., Wang, C., Wang, J., y Wang, L. (2024). Applications of Voronoi diagrams in multi-robot coverage: A review. *Journal of Marine Science and Engineering*, 12 (6), 1022. <https://doi.org/10.3390/jmse12061022>