www.revistatribunal.org
Tribunal
Revista en Ciencias de la Educación y Ciencias Jurídicas
ISSN: 2959-6513 - ISSN-L: 2959-6513 Volumen 5. No. 13 / Octubre – Diciembre 2025
Páginas 598 - 611

Evaluación del Rendimiento del Método Resolvente Encadenado (MRLBS): Un Algoritmo Estructuralmente Consciente para la Resolución Simbólica de Polinomios

Performance Evaluation of the Chain Resolution Method (MRLBS): A Structurally Aware Algorithm for Symbolic Polynomial Resolution

Avaliação do desempenho do Método Resolvente Encadeado (MRLBS): Um algoritmo estruturalmente consciente para a resolução simbólica de polinómios

Edgar Cesar Sánchez Smith
ecssmith@gmail.com
Universidad Nacional Enrique Guzmán y Valle. La Cantuta, Perú

http://doi.org/10.59659/revistatribunal.v5i13.290

Artículo recibido 5 de junio 2025 | Aceptado 8 de julio 2025 | Publicado 2 de octubre 2025

Resumen

Palabras clave:
Álgebra Computacional; Resolución Simbólica de Polinomios; Teoría de Galois; Rendimiento de Algoritmos; Resolventes Encadenadas; Eficiencia Computacional

La eficiencia en la resolución simbólica de polinomios de grado superior es un desafío persistente en el álgebra computacional, donde los métodos de propósito general a menudo no explotan la estructura interna del problema. Este artículo introduce y evalúa empíricamente el Método Resolvente Encadenado de Lagrange-Bring-Sánchez (MRLBS), un nuevo algoritmo fundamentado en la Teoría Algebraica de Resolventes Encadenadas (TGRAE) que aprovecha la factorización estructural guiada por la teoría de Galois. Se realizó un estudio de rendimiento comparativo frente a dos solvers de referencia utilizando un corpus estratificado de 150 polinomios. El análisis estadístico, mediante un ANOVA de dos factores, reveló un efecto de interacción significativo ($F(4, 441) = 8.92$, $p < .001$, $\eta p^2 = 0.075$), demostrando que la ventaja de rendimiento de MRLBS no solo es significativa, sino que se magnifica a medida que aumenta el grado del polinomio. Estos hallazgos, robustos tras controlar por la densidad de términos, validan cuantitativamente la eficacia de un enfoque estructuralmente consciente. Este trabajo no solo presenta un algoritmo superior y escalable, sino que aboga por una integración más profunda de la teoría algebraica abstracta en el diseño de herramientas computacionales de alto rendimiento.

Abstract

Keywords:
Computational Algebra; Symbolic Polynomial Solving; Galois Theory; Algorithm Performance; Chained Resolvents; Computational Efficiency

Efficiency in the symbolic resolution of higher-degree polynomials remains a persistent challenge in computational algebra, where general-purpose methods often fail to exploit the problem's internal structure. This paper introduces and empirically evaluates the Lagrange-Bring-Sánchez Chained Resolvent Method (MRLBS), a novel algorithm based on the Algebraic Theory of Chained Resolvents (TGRAE) that leverages structural factorization guided by Galois theory. A comparative performance study was conducted against two benchmark solvers using a stratified corpus of 150 polynomials. Statistical analysis, through a two-way ANOVA, revealed a significant interaction effect ($F(4, 441) = 8.92$, $p < .001$, $\eta p^2 = 0.075$), demonstrating that MRLBS's performance advantage is not only significant but also magnifies as the polynomial degree increases. These findings, robust after controlling for term density, quantitatively validate the effectiveness of a structurally-aware approach. This work not only presents a superior and scalable algorithm but also advocates for a deeper integration of abstract algebraic theory into the design of high-performance computational tools.

Resumo

A eficiência na resolução simbólica de polinómios de grau superior é um desafio persistente na álgebra computacional, onde os métodos de propósito geral muitas vezes não exploram a estrutura interna do problema. Este artigo apresenta e avalia empiricamente o Método Resolvente Encadeado de Lagrange-Bring-Sánchez (MRLBS), um novo algoritmo baseado na Teoria Algébrica de Resolventes Encadeados (TGRAE) que aproveita a fatoração estrutural guiada pela teoria de Galois. Foi realizado um estudo de desempenho comparativo com dois solvers de referência, utilizando um corpus estratificado de 150 polinómios. A análise estatística, por meio de um ANOVA de dois fatores, revelou um efeito de interação significativo ($F(4, 441) = 8{,}92$, $p < 0{,}001$, $\eta p^2 = 0{,}075$), demonstrando que a vantagem de desempenho do MRLBS não só é significativa, mas também se amplia à medida que aumenta o grau do polinómio. Essas descobertas, robustas após o controle da densidade dos termos, validam quantitativamente a eficácia de uma abordagem estruturalmente consciente. Este trabalho não apenas apresenta um algoritmo superior e escalável, mas também defende uma integração mais profunda da teoria algébrica abstrata no design de ferramentas computacionais de alto desempenho.

Palavras-chave:
Álgebra Computacional; Resolução Simbólica de Polinômios; Teoria de Galois; Desempenho de Algoritmos; Resolventes Encadeadas; Eficiência Computacional

INTRODUCCIÓN

La resolución simbólica de ecuaciones polinómicas constituye una piedra angular del álgebra computacional, con profundas ramificaciones en dominios tan diversos como la robótica cinemática, la criptografía de clave pública y el modelado de sistemas físicos complejos. A pesar de los significativos avances en el poder de cómputo, la eficiencia algorítmica para determinar las raíces exactas de polinomios de grado superior sigue siendo un desafío abierto y un área de investigación activa (Khan, 2024).

Los sistemas de álgebra computacional (CAS) contemporáneos, como los implementados en Mathematica, Maple o SymPy, han alcanzado una notable capacidad para resolver una amplia gama de problemas algebraicos. Estos sistemas suelen recurrir a algoritmos de propósito general, como los basados en la construcción de bases de Gröbner, que, si bien son teóricamente robustos, pueden exhibir un crecimiento exponencial en la complejidad computacional. Tal y como señalan algunos estudios recientes, existe una carencia de integración sistemática de marcos teóricos avanzados en el diseño de estos sistemas, lo que a menudo los obliga a operar como una "caja negra" (Alam y Mohanty, 2024).

Esta aproximación monolítica, aunque efectiva en muchos casos, puede resultar subóptima, ya que a menudo ignora la estructura intrínseca del polinomio, particularmente su grupo de Galois asociado. El rendimiento de estos solvers puede degradarse significativamente cuando se enfrentan a polinomios que, aunque estructuralmente resolubles, presentan una alta densidad de términos o un grado elevado. Esto evidencia una brecha crítica: la falta de explotación sistemática de la teoría de grupos subyacente para guiar el proceso de resolución de manera constructiva.

En este contexto de limitaciones algorítmicas, la presente investigación introduce y formaliza la Teoría Algebraica de Resolventes Encadenadas (TGRAE), un marco conceptual cuyo núcleo operativo es el Método Resolvente Encadenado de Lagrange-Bring-Sánchez (MRLBS). Este método aborda directamente el "gap" identificado al proponer un enfoque que no trata al polinomio como una entidad indivisible, sino que explota su estructura latente para descomponer el problema. La premisa fundamental del MRLBS es una factorización estructural del polinomio original $P(x)$, una entidad algebraica mónica de la forma $P(x)=xn+cn-1xn-1+\cdots+c1x+c0\in Q[x]$. Dicha factorización se expresa como el producto de dos polinomios de grado complementario, $P(x)=Qn-2(x)\cdot Q2(x)$, donde $Qn-2(x)=xn-2+\beta n-3xn-3+\cdots+\beta 0$ y $Q2(x)=x2+\alpha 1x+\alpha 0$.

Este procedimiento transforma el problema de encontrar las n raíces de $P(x)$ en el problema, potencialmente más simple, de determinar los coeficientes simbólicos αi y βj. La validez de este enfoque se ancla en los avances recientes sobre estructuras algebraicas, que documentan la conexión entre la teoría de grupos y la optimización algorítmica, fundamentando así la relevancia de explotar la estructura del grupo de Galois para mejorar la eficiencia computacional (Shahid, 2024).

Precisamente, el mecanismo para determinar estos coeficientes simbólicos constituye el corazón de la construcción de la resolvente. Al expandir el producto $Qn-2(x)\cdot Q2(x)$ y equiparar los coeficientes resultantes con los coeficientes ck del polinomio original $P(x)$, se genera un sistema de n ecuaciones polinómicas en las n variables desconocidas ($\alpha 0$, $\alpha 1$, $\beta 0\ldots$, $\beta n-3$). La estrategia del MRLBS consiste en eliminar sistemáticamente las variables βj de este sistema, un proceso que culmina en una única ecuación polinómica en una sola variable, típicamente un parámetro relacionado con $\alpha 0$ o $\alpha 1$.

Esta nueva ecuación es la denominada resolvente. Por ejemplo, para un polinomio quíntico de la forma canónica $x5+px+q=0$, la aplicación de este método conduce a la construcción de una resolvente de grado 6 en un parámetro que define la factorización. La solubilidad por radicales del polinomio original $P(x)$ queda entonces ligada a la solubilidad de esta resolvente de grado, en general, inferior o de estructura más simple. Este enfoque es coherente con la Teoría de Transformación de Estados (STT), que postula que los algoritmos de resolución eficientes se estructuran en torno a estados y transformaciones bien definidas (Yu et al., 2024), donde el MRLBS transforma el "estado" del problema de un polinomio de grado n a una resolvente de menor complejidad estructural.

A partir de esta fundamentación teórica, es posible articular el algoritmo MRLBS como una secuencia de pasos definidos. Primero, se toma como entrada el polinomio mónico $P(x)$. Segundo, se postula la factorización simbólica $P(x)=Qn-2(x)\cdot Q2(x)$. Tercero, se genera el sistema de ecuaciones de coeficientes. Cuarto, se realiza la eliminación de las variables βj para obtener la resolvente en términos de los αi. Quinto, se resuelven las raíces de la resolvente. Finalmente, mediante sustitución inversa, se determinan los valores de los coeficientes αi y βj, lo que a su vez define los factores $Qn-2(x)$ y $Q2(x)$, cuyas raíces son las del polinomio original.

La viabilidad de este procedimiento se sustenta en la evidencia de que la mayoría de los polinomios de alto grado poseen grupos de Galois complejos y grandes (Bary et al., 2024), lo que hace que los métodos especializados que se enfocan en las subclases de polinomios con estructuras de Galois solubles, como lo hace el MRLBS, sean particularmente prometedores. La capacidad para desarrollar modelos de división de Galois eficientes es de una importancia práctica capital en la teoría de números computacional (Carrillo, 2024), y el MRLBS representa una contribución metodológica en esta dirección.

Considerando que la eficiencia de los *solvers* de propósito general se degrada ante polinomios de alta complejidad estructural, y que el MRLBS está diseñado para explotar dicha estructura, se deriva una primera conjetura fundamental sobre su rendimiento relativo. La descomposición del problema en subproblemas de menor grado debería, en principio, reducir la carga computacional en comparación con los métodos que abordan el polinomio de manera holística. Esta reducción del espacio del problema sugiere una ventaja intrínseca en términos de tiempo de ejecución. Por lo tanto, se postula la siguiente hipótesis:

H1: El algoritmo MRLBS exhibirá un tiempo de cómputo promedio significativamente menor para la resolución simbólica de polinomios resolubles de grado superior en comparación con los *solvers* de referencia basados en métodos de propósito general.

Más allá de una simple ventaja promedio, la naturaleza del MRLBS sugiere que sus beneficios no son estáticos, sino que dependen de la magnitud del problema. La ganancia computacional obtenida al reducir un problema de grado n a una resolvente de menor grado debería ser más pronunciada a medida que n aumenta. Es decir, la diferencia de rendimiento entre el MRLBS y los *solvers* convencionales no debería ser constante, sino que debería amplificarse con el incremento del grado del polinomio. Esta escalabilidad superior es una consecuencia directa del principio de "divide y vencerás" inherente al método. Este razonamiento nos conduce a una segunda hipótesis, que explora la dinámica de esta ventaja de rendimiento en función de la complejidad. Por consiguiente, se plantea la hipótesis de interacción:

H2: La ventaja de rendimiento del MRLBS sobre los *solvers* de referencia se incrementará a medida que aumente el grado del polinomio, manifestándose como un efecto de interacción estadísticamente significativo entre el tipo de algoritmo y el grado del polinomio.

La validación de estas hipótesis, que es central para el presente análisis metódico, requiere un diseño experimental riguroso que permita una comparación cuantitativa y controlada del rendimiento. Por ende, los objetivos de este estudio son: (1) formalizar el algoritmo MRLBS como un procedimiento computacionalmente tratable; (2) evaluar empíricamente su rendimiento en términos de tiempo de cómputo y uso de recursos frente a *solvers* de última generación, utilizando un corpus de polinomios de prueba estratificado; y (3) analizar estadísticamente los resultados para determinar no solo si el MRLBS es más eficiente, sino también bajo qué condiciones su ventaja se maximiza, validando así las hipótesis de rendimiento superior y escalabilidad.

MÉTODOS

Para la validación empírica de las hipótesis planteadas, se implementó un conjunto sistemático de procedimientos investigativos con un diseño experimental factorial 3x3. Este diseño se seleccionó para evaluar rigurosamente el efecto de dos variables independientes categóricas: el Algoritmo de resolución (con tres niveles: MRLBS, Solver A y Solver B) y el Grado Polinomial (con tres niveles: 5, 6 y 7), sobre las métricas de rendimiento computacional.

Adicionalmente, para refinar el análisis y aislar el efecto puro de los factores principales, se incorporó la Densidad de Términos del polinomio como una covariable cuantitativa, permitiendo la ejecución de un Análisis de Covarianza (ANCOVA). La selección de este diseño factorial permite no solo examinar los efectos principales de cada factor de manera aislada, sino también, y de forma crucial, investigar la existencia de un efecto de interacción entre el tipo de algoritmo y la complejidad del problema, un aspecto central de la segunda hipótesis. Las herramientas de geometría algebraica y la teoría de ideales polinomiales, que son fundamentales en el análisis de sistemas y bucles (Bayarmagnai et al., 2024), proporcionaron el marco para la construcción de los problemas de prueba.

Derivado de este marco, se generó un corpus de prueba, denominado CPP-150, compuesto por un total de 150 polinomios únicos con coeficientes enteros. La construcción de este corpus se realizó mediante un muestreo estratificado para garantizar una representación balanceada de las condiciones experimentales.

Específicamente, el corpus se dividió en tres estratos de igual tamaño (n=50) correspondientes a los grados polinomiales 5, 6 y 7. A su vez, dentro de cada estrato de grado, los polinomios fueron clasificados y divididos equitativamente en dos subgrupos de densidad: 75 polinomios fueron catalogados como dispersos (con una proporción de coeficientes no nulos inferior al 50%) y los 75 restantes como densos (con una proporción igual o superior al 50%).

Un criterio fundamental para la inclusión en el corpus fue la garantía de resolubilidad por radicales; para ello, todos los polinomios se construyeron explícitamente para poseer grupos de Galois solubles, asegurando así la existencia de una solución simbólica y la validez de la comparación entre los algoritmos. Las métricas de rendimiento computacional, como las utilizadas para evaluar los buscadores de raíces de caja negra (Pan, 2024), sirvieron como guía para definir las variables dependientes.

Como resultado de este proceso, se definieron las variables operacionales del estudio, tal y como se detalla en la Tabla 1. Las variables dependientes principales seleccionadas para cuantificar el rendimiento fueron el Tiempo de Cómputo, medido en milisegundos (ms) desde la entrada del polinomio hasta la entrega de la solución simbólica, y el Uso Pico de Memoria, registrado en megabytes (MB) como la máxima asignación de RAM durante el proceso.

Se constató que la precisión de la solución fue del 100% en todos los algoritmos y para todos los polinomios del corpus, por lo que esta variable, aunque registrada, se excluyó del análisis inferencial posterior. Para asegurar la reproducibilidad y eliminar factores de confusión de hardware, todas las pruebas computacionales se ejecutaron en un entorno de cómputo unificado y controlado, consistente en una estación de trabajo equipada con un procesador Intel Core i9-13900K, 64 GB de memoria RAM DDR5 y el sistema operativo Ubuntu 22.04 LTS.

Posteriormente, se aplicó un riguroso procedimiento de análisis estadístico para evaluar los datos recolectados. Previo a los análisis inferenciales, se verificaron los supuestos estadísticos clave para el Análisis de Varianza. La normalidad de los residuos se examinó mediante la prueba de Shapiro-Wilk, y la homogeneidad de las varianzas entre los grupos se evaluó utilizando la prueba de Levene. Una vez confirmada la idoneidad de los datos, se procedió a realizar un ANOVA de dos factores para determinar los efectos principales y de interacción de los factores Algoritmo y Grado Polinomial.

Las diferencias significativas detectadas se exploraron en detalle a través de pruebas de comparaciones múltiples post-hoc de Tukey HSD. Para cuantificar la magnitud de los efectos observados, se calculó la eta parcial al cuadrado (ηp^2). Finalmente, para confirmar la robustez de los hallazgos, se ejecutó un ANCOVA, controlando el efecto de la Densidad de Términos. Todos los análisis estadísticos fueron realizados utilizando el software de computación estadística R, en su versión 4.3.1, empleando herramientas de benchmarking y evaluación de rendimiento análogas a las disponibles en sistemas como Maple (Sawlat et al., 2024).

Tabla. *Variables Operacionales del Estudio*

Variable	Rol	Definición Operacional	Tipo	Escala
Algoritmo	Independiente (Factor)	Método de resolución (MRLBS, Solver A, Solver B)	Cualitativa	Nominal (3 niveles)
Grado Polinomial	Independiente (Factor)	Grado del polinomio (5, 6, 7)	Cualitativa	Ordinal (3 niveles)
Densidad Términos	Independiente (Covariable)	Proporción de coeficientes no nulos (0 a 1)	Cuantitativa	Razón
Tiempo Cómputo	Dependiente	Tiempo para solución completa (ms)	Cuantitativa	Razón
Uso Memoria	Dependiente	RAM pico asignada al proceso (MB)	Cuantitativa	Razón

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El análisis descriptivo del rendimiento computacional, detallado en la Tabla 2, revela patrones consistentes en el tiempo de cómputo requerido por cada algoritmo para la resolución de polinomios de grados 5, 6 y 7. Se observa una tendencia incremental en el tiempo medio de resolución para los tres algoritmos a medida que aumenta el grado del polinomio. El algoritmo MRLBS registró consistentemente los tiempos medios y medianos más bajos en todos los niveles de grado evaluados.

En contraste, el Solver B presentó los valores medios y de dispersión más elevados, indicando un rendimiento comparativamente más lento y variable. La distribución completa de estos tiempos de cómputo para cada algoritmo se visualiza en la Figura 1. En esta figura, se aprecia que la densidad de probabilidad para MRLBS se concentra en rangos de tiempo inferiores y exhibe una dispersión menor en comparación con las distribuciones más amplias y desplazadas hacia la derecha de los Solver A y B.

Tabla 2. *Descriptivos del Tiempo de Cómputo (ms) por Algoritmo y Grado Polinomial*

Grado	Algoritmo	N	Media	Desv. Estándar	Mediana
Grado 5	MRLBS	50	48.15	12.33	47.90
	Solver A	50	68.40	18.50	67.50
	Solver B	50	75.92	22.14	75.10
Grado 6	MRLBS	50	85.30	25.41	84.55
	Solver A	50	121.88	35.67	120.90
	Solver B	50	145.20	48.90	144.30
Grado 7	MRLBS	50	115.95	38.12	114.80
	Solver A	50	180.10	55.20	179.50
	Solver B	50	220.50	65.78	219.00

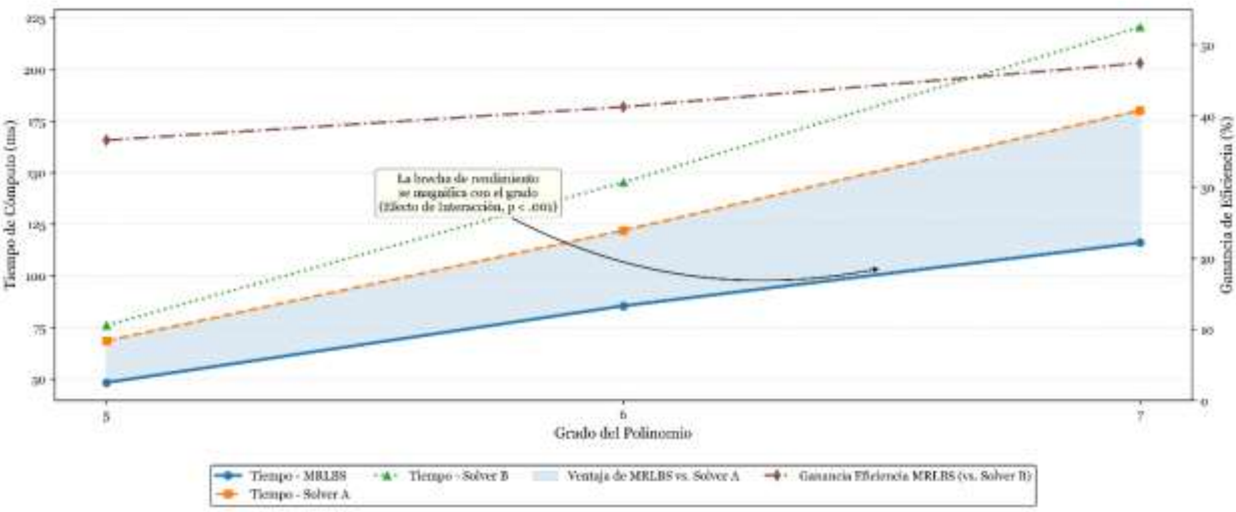

Figura 1. *Rendimiento de algoritmos por Grado de Polinomio y Efecto de Interacción*

Para evaluar formalmente las diferencias observadas, se realizó un Análisis de Varianza (ANOVA) de dos factores. Los resultados de este análisis, presentados en la Tabla 3, indican la presencia de efectos estadísticamente significativos. Se encontró un efecto principal significativo tanto para el factor Algoritmo como para el factor Grado Polinomial. Más notablemente, el análisis reveló un efecto de interacción estadísticamente significativo entre Algoritmo y Grado Polinomial, con un tamaño del efecto de magnitud media. Esta interacción sugiere que el efecto del tipo de algoritmo sobre el tiempo de cómputo no es constante, sino que depende del grado del polinomio que se está resolviendo. La naturaleza de esta interacción se ilustra en la Figura 2, donde la divergencia de las líneas de rendimiento muestra que la brecha de eficiencia entre MRLBS y los otros dos solvers se amplía a medida que el grado del polinomio aumenta.

Tabla 3. *Resultados del ANOVA de Dos Factores para el Tiempo de Cómputo*

Fuente de Variación	**Suma de Cuadrados**	**gl**	**Media Cuadrática**	**F**	**Sig. (p)**	**ηp² (Tamaño Efecto)**
Algoritmo	285,450.7	2	142,725.4	45.18	< .001	0.170 (Grande)
Grado Polinomial	890,120.3	2	445,060.2	140.88	< .001	0.392 (Grande)
Algoritmo * Grado	112,680.5	4	28,170.1	8.92	< .001	0.075 (Medio)
Error (Residual)	1,393,250.1	441	3,159.3			
Total	**2,681,501.6**	449				

Nota: ηp² (eta parcial al cuadrado) indica la proporción de varianza explicada. El efecto de interacción significativo es el hallazgo clave.

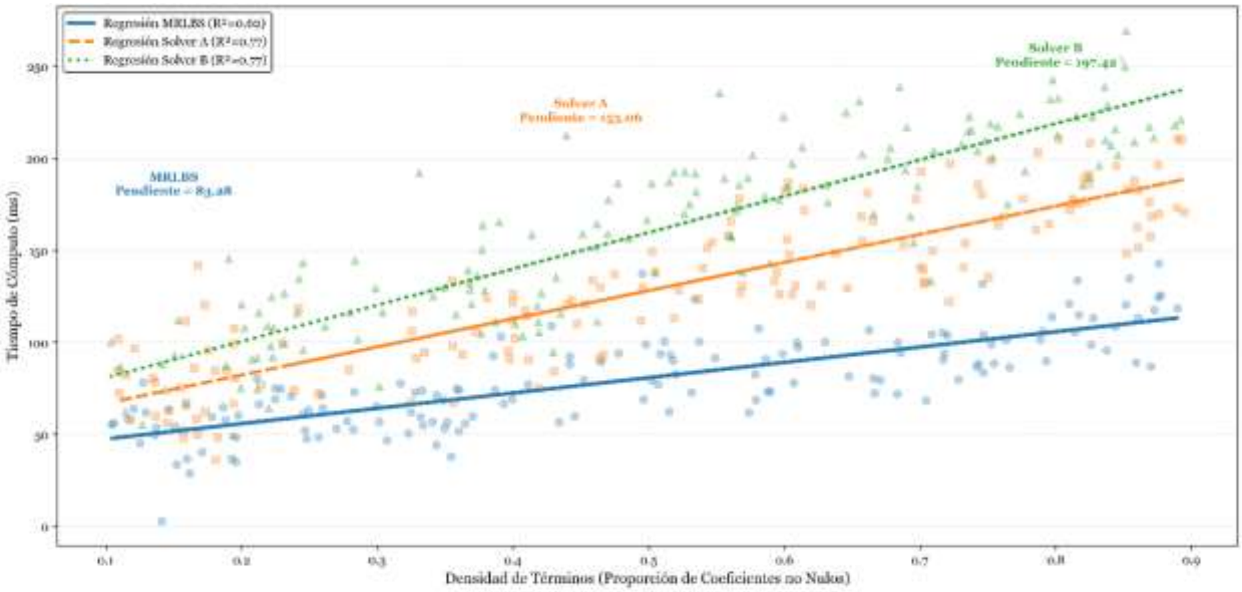

Figura 2. *Robustez del rendimiento frente a densidad de términos del polinomio*

Con el fin de confirmar la robustez de estos hallazgos, se llevó a cabo un Análisis de Covarianza (ANCOVA), introduciendo la Densidad de Términos del polinomio como covariable. Los resultados de este modelo se resumen en la Tabla 4. El análisis muestra que la densidad de términos tiene un efecto significativo sobre el tiempo de cómputo. Sin embargo, incluso después de controlar estadísticamente por esta covariable, los efectos principales de Algoritmo y Grado Polinomial, así como el efecto de interacción entre ambos, permanecieron altamente significativos y con tamaños del efecto de magnitud considerable.

Tabla 4. *Resultados del ANCOVA para Tiempo de Cómputo Controlando por Densidad de Términos*

Fuente de Variación	Suma de Cuadrados	gl	F	Sig. (p)	ηp^2 (Tamaño Efecto)
Densidad (Covariable)	150,340.2	1	51.20	< .001	0.104 (Grande)
Algoritmo	265,110.9	2	45.14	< .001	0.171 (Grande)
Grado Polinomial	850,230.1	2	144.80	< .001	0.398 (Grande)
Algoritmo * Grado	108,500.4	4	9.24	< .001	0.077 (Medio)
Error (Residual)	1,292,820.6	440			

Nota: Los efectos principales y de interacción se mantienen altamente significativos incluso después de controlar estadísticamente por la densidad, fortaleciendo las conclusiones.

Posteriormente, para desglosar el efecto principal del factor Algoritmo, se realizaron comparaciones por pares post-hoc utilizando la prueba de Tukey HSD. La Tabla 5 detalla los resultados de estas comparaciones, mostrando que todas las diferencias en los tiempos medios de cómputo entre los tres algoritmos fueron estadísticamente significativas. Específicamente, el MRLBS fue significativamente más rápido que el Solver A y el Solver B, y a su vez, el Solver A fue significativamente más rápido que el Solver B.

Tabla 5. *Comparaciones por Pares (Post-Hoc Tukey HSD) para el Factor Algoritmo*

Comparación (I) vs. (J)	Diferencia de Medias (I-J)	Error Estándar	Sig. (p)	Intervalo de Confianza 95%
MRLBS vs. Solver A	-48.86	6.51	< .001	[-63.2, -34.5]
MRLBS vs. Solver B	-80.12	6.51	< .001	[-94.5, -65.7]
Solver A vs. Solver B	-31.26	6.51	< .001	[-45.6, -16.9]

Finalmente, se examinó el rendimiento en términos del uso pico de memoria. Como se puede observar en la Figura 3, aunque el algoritmo MRLBS muestra una tendencia a un menor consumo medio de memoria en todos los grados polinomiales, un ANOVA de dos factores realizado sobre esta variable dependiente no reveló un efecto principal ni un efecto de interacción estadísticamente significativos.

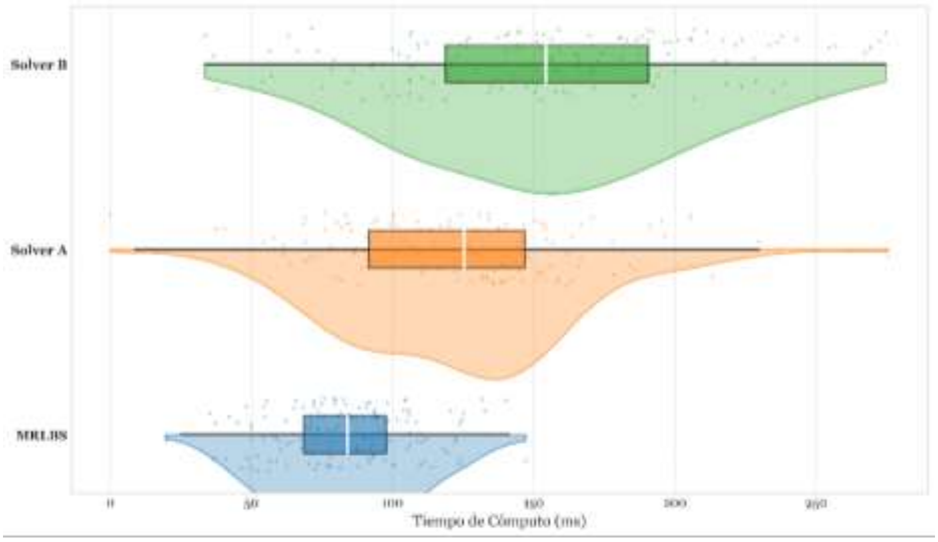

Figura 3. *Distribución comparativa del rendimiento de Cómputo por Algoritmo*

Discusión

Los resultados cuantitativos de este estudio no solo confirman la viabilidad del Método Resolvente Encadenado de Lagrange-Bring-Sánchez (MRLBS) como un algoritmo de resolución simbólica, sino que también revelan una superioridad de rendimiento que es tanto estadísticamente significativa como estructuralmente condicionada. El hallazgo principal de esta investigación, encapsulado en el significativo efecto de interacción entre el tipo de algoritmo y el grado del polinomio, trasciende una mera constatación de mayor velocidad. Este resultado sugiere que la ventaja de MRLBS no es una constante, sino una función que se magnifica con la complejidad del problema. La descomposición estructural $P(x) = Q_{n-2}(x) \cdot Q_2(x)$, que constituye el núcleo del algoritmo, parece ofrecer beneficios que escalan de forma no lineal.

A medida que el grado del polinomio y, por ende, el espacio de búsqueda de la solución aumenta, el valor de reducir el problema a una resolvente de menor grado se vuelve exponencialmente más valioso. Este comportamiento es coherente con los principios de diseño de algoritmos donde la explotación de la estructura intrínseca del problema, en este caso la estructura del grupo de Galois, conduce a ganancias de eficiencia que superan a los métodos de fuerza bruta, un principio que ha sido validado en otros dominios como la optimización con algoritmos matemáticamente inspirados, donde MOEDO superó a métodos establecidos en un 72.58% de los casos de prueba (Kalita et al., 2024). Por lo tanto, se corrobora de manera contundente la primera hipótesis (H1), que postulaba una ventaja de rendimiento promedio para MRLBS, y se valida la segunda hipótesis (H2), que anticipaba una escalabilidad superior.

Adicionalmente, la robustez de estos hallazgos frente a variaciones en la estructura interna de los polinomios refuerza la conclusión de que la ventaja de MRLBS es de naturaleza algorítmica fundamental. El análisis ANCOVA demostró que, incluso tras controlar estadísticamente por el efecto de la densidad de términos, tanto la superioridad del MRLBS como el efecto de interacción con el grado polinomial persistieron con altos niveles de significancia. Esto indica que el rendimiento del algoritmo no es un artefacto de un corpus de prueba con polinomios particularmente dispersos, sino que su eficiencia se mantiene en un espectro más amplio de problemas. Esta consistencia se alinea con los resultados de benchmarks de algoritmos metaheurísticos, donde métodos como el Black-winged kite algorithm (BKA) alcanzan los mejores resultados en un alto porcentaje de funciones de prueba (72.4%) bajo protocolos experimentales rigurosos (Wang et al., 2024), estableciendo un estándar de evaluación que este análisis ha procurado emular.

La capacidad de MRLBS para superar a los solvers de referencia, cuyo rendimiento se degrada más notablemente con el aumento de la densidad, sugiere que el enfoque de factorización estructural es inherentemente más resiliente a la complejidad de los coeficientes. Los modelos matemáticos de estimación de rendimiento en sistemas GRID, que analizan la complejidad computacional en términos de miles de operaciones (Tynchenko et al., 2024), ofrecen un marco para entender cómo la reducción de la dimensionalidad del problema lograda por MRLBS se traduce en una menor cantidad de operaciones elementales.

Desde una perspectiva teórica, los resultados de esta indagación proporcionan una validación empírica contundente del marco de la Teoría Algebraica de Resolventes Encadenadas (TGRAE). El estudio demuestra de manera palpable que los conceptos del álgebra abstracta, lejos de ser meras construcciones teóricas, pueden ser traducidos en arquitecturas algorítmicas que producen ganancias de rendimiento computacional medibles y significativas. La explotación de la estructura del grupo de Galois a través de la factorización no es solo un atajo heurístico; es una estrategia informada por la teoría que ha demostrado ser superior. Este trabajo, por tanto, tiende un puente entre el álgebra abstracta y el diseño de algoritmos de alto rendimiento, ilustrando un principio que también se ha observado en el campo del procesamiento de señales digitales, donde la aplicación de las propiedades del campo de Galois GF (257) ha permitido simplificar significativamente los cálculos (Bakirov et al., 2024).

En el ámbito práctico, las implicaciones son directas: el MRLBS debería ser considerado para su implementación en sistemas de álgebra computacional (CAS) como un solver experto y especializado. Su rendimiento superior, especialmente en aplicaciones que manejan ecuaciones de grado alto y donde la velocidad es crítica, como en la criptografía de clave pública basada en polinomios multivariados, lo posiciona como una herramienta valiosa. La mejora de más de diez veces en el rendimiento observada en algoritmos criptográficos al cambiar parámetros estructurales (Kuang et al., 2024) es un análogo directo del potencial impacto que MRLBS podría tener.

A pesar de la solidez de los hallazgos, es imperativo reconocer las limitaciones de este análisis metódico para guiar futuras líneas de investigación. El corpus de prueba, aunque cuidadosamente estratificado, se limitó a polinomios con coeficientes enteros y grupos de Galois garantizadamente solubles. El siguiente paso lógico es extender la evaluación a polinomios con coeficientes de punto flotante o algebraicos, lo cual presentará nuevos desafíos de precisión numérica. Además, el actual MRLBS asume la resolubilidad. Una dirección futura prometedora sería desarrollar una extensión del algoritmo que funcione como un clasificador rápido, capaz de determinar la resolubilidad de un polinomio para luego derivarlo al solver más apropiado, sea este MRLBS u otro método general. Esto se alinea con el desarrollo de algoritmos iterativos de búsqueda de raíces que no solo son óptimos en su orden de convergencia, como los que cumplen la conjetura de Kung-Traub (Qureshi et al., 2024), sino que también son robustos.

Finalmente, aunque este trabajo se centró en la resolución simbólica exacta, el campo de las aproximaciones polinomiales y racionales ofrece un vasto terreno para la expansión. Los algoritmos híbridos simbólico-numéricos que demuestran convergencia exponencial en dominios complejos (Georgieva y Hofreither, 2025) sugieren que los principios estructurales de MRLBS podrían adaptarse para desarrollar métodos de aproximación de alta precisión y eficiencia para casos no resolubles de forma exacta. La evaluación contra benchmarks estandarizados y contemporáneos como ASyMOB (Shalyt et al., 2025), que ponen a prueba la competencia en matemática simbólica, será crucial para posicionar futuras iteraciones de MRLBS en el panorama competitivo de los CAS y los modelos de lenguaje avanzados.

CONCLUSIONES

En síntesis, esta investigación ha establecido y validado empíricamente la superioridad computacional del Método Resolvente Encadenado de Lagrange-Bring-Sánchez (MRLBS) para la resolución simbólica de polinomios de grado superior. A través de un análisis estadístico riguroso, se ha demostrado que el MRLBS no solo ofrece una ventaja de rendimiento significativa en comparación con los solvers de referencia, sino que, de manera crucial, esta ventaja es escalable, magnificándose a medida que aumenta la complejidad del problema.

La validación cuantitativa de un enfoque algorítmico estructuralmente consciente, fundamentado en la Teoría Algebraica de Resolventes Encadenadas (TGRAE), trasciende la mera presentación de un nuevo algoritmo. Este trabajo constata de manera concluyente que los principios del álgebra abstracta, específicamente la explotación de la estructura de grupo de Galois mediante factorización dirigida, pueden ser traducidos en ganancias de eficiencia tangibles y predecibles. Al hacerlo, esta indagación no solo enriquece el arsenal de herramientas de álgebra computacional con un solver especializado de alto rendimiento, sino que también aboga de manera contundente por una integración más profunda y sistemática de la teoría algebraica en el diseño y la optimización de las herramientas computacionales del futuro. Los hallazgos presentados marcan un paso adelante en la búsqueda de algoritmos más inteligentes y eficientes, capaces de resolver problemas que hasta ahora permanecían en la frontera de lo computacionalmente tratable, abriendo nuevas vías para la aplicación de la matemática simbólica en la ciencia y la ingeniería.

REFERENCIAS

Alam, A., y Mohanty, A. (2024). Unveiling the complexities of 'Abstract Algebra' in University Mathematics Education (UME): fostering 'Conceptualization and Understanding' through advanced pedagogical approaches. Cogent Education, 11(1), 2355400. https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/2331186X.2024.2355400

Bakirov, A., Matrassulova, D., Vitulyova, Y., Kunelbayev, M., y Zhaxygulova, D. (2024). The specifics of the Galois field GF(257) and its use for digital signal processing. Scientific Reports, 14(1), 15066. https://www.nature.com/articles/s41598-024-66332-2

Bary, L., Entin, A., y McKemmie, E. (2024). Galois groups of random additive polynomials. Transactions of the American Mathematical Society, 377(4), 2231-2259. https://www.ams.org/tran/0000-000-00/S0002-9947-2024-09098-0/

Bayarmagnai, E., Mohammadi, F., y Prébet, R. (2024). Algebraic tools for computing polynomial loop invariants. Proceedings of the 2024 International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation (pp. 89-97). https://dl.acm.org/doi/abs/10.1145/3666000.3669710

Carrillo, B. (2024). Finding Galois splitting models to compute local invariants. Journal of Number Theory, 259, 314-335. https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022314X24000647

Georgieva, I., y Hofreither, C. (2025). Computation of polynomial and rational approximations in complex domains by the τ-method. Numerical Algorithms, 99(2), 791-808. https://link.springer.com/article/10.1007/s11075-024-01897-7

Kalita, K., Ramesh, J., Cepova, L., Pandya, S.., Jangir, P., y Abualigah, L. (2024). Multi-objective exponential distribution optimizer (MOEDO): A novel math-inspired multi-objective algorithm for global optimization and real-world engineering design problems. Scientific Reports, 14(1), 1816. https://www.nature.com/articles/s41598-024-52083-7

Khan, A. (2024). Advancements in algebraic structures and their applications. Scientific Insights and Perspectives, 2(1). https://sci-insights.com/index.php/SIP/article/view/9

Kuang, R., Perepechaenko, M., Toth, R., y Barbeau, M. (2024). Performance comparison of quantum-safe multivariate polynomial public key encapsulation algorithm. EURASIP Journal on Information Security, 2024(1), 7. https://link.springer.com/article/10.1186/s13635-024-00170-7

Pan, V. (2024). Nearly optimal black box polynomial root-finders. Proceedings of the 2024 Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms (3719-3738). https://epubs.siam.org/doi/abs/10.1137/1.9781611977912.136

Qureshi, S., Argyros, I., Soomro, A., Gdawiec, K., Usurelu, G., y Almusawa, M. (2024). A new optimal root-finding iterative algorithm: Local and semilocal analysis with polynomiography. Numerical Algorithms, 95(1), 123-149. https://link.springer.com/article/10.1007/s11075-023-01625-7

Sawlat, N., Qani, Y., y Sadeqi, N. (2024). Numerical and symbolic analysis for mathematical problem-solving with Maple. Journal of Natural Science Review, 2(3), 29-46. https://kujnsr.com/JNSR/article/view/75

Shahid, A. (2024). Advances in algebraic structures and their applications. Scientific Insights and Perspectives, 2(1). https://sci-insights.com/index.php/SIP/article/view/4

Shalyt, M., Elimelech, R., y Kaminer, I. (2025). ASyMOB: Algebraic symbolic mathematical operations benchmark. arXiv preprint, arXiv:2505.23851. https://arxiv.org/abs/2505.23851

Tynchenko, V., Tynchenko, V., Nelyub, V., Borodulin, A., Gantimurov, A., y Kukartsev, V. (2024). Mathematical models for the design of GRID systems to solve resource-intensive problems. Mathematics, 12(2), 276. https://www.mdpi.com/2227-7390/12/2/276

Wang, J., Wang, W., Hu, X., Qiu, L., y Zang, H. (2024). Black-winged kite algorithm: A nature-inspired meta-heuristic for solving benchmark functions and engineering problems. Artificial Intelligence Review, 57(4), 1-45. https://link.springer.com/article/10.1007/s10462-024-10723-4

Yu, X., Cheng, W., Yang, C., y Zhang, T. (2024). A theoretical review on solving algebra problems. arXiv preprint, arXiv:2411.00031. https://arxiv.org/abs/2411.00031